

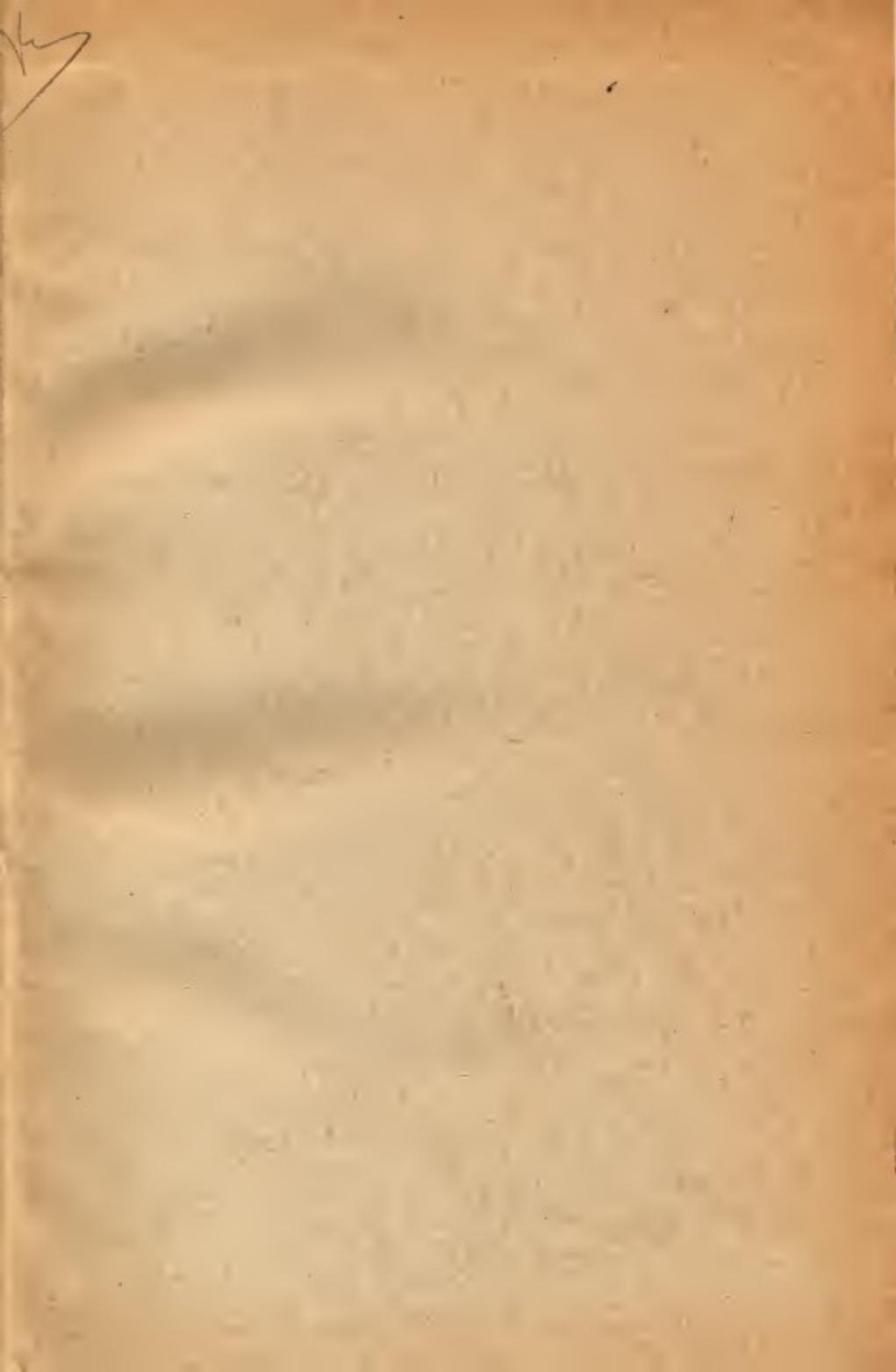
А. А. ДМИТРИЕВСКИЙ
В. Н. КОШЕВОЙ

Основы теории

ПОЛЕТА РАКЕТ

ВОЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИНИСТЕРСТВА ОБОРОНЫ СССР
МОСКВА 1964







А. А. ДМИТРИЕВСКИЙ, В. Н. КОШЕВОЙ

ОСНОВЫ
ТЕОРИИ
ПОЛЕТА РАКЕТ

ВОЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИНИСТЕРСТВА ОБОРОНЫ СССР
МОСКВА — 1964

*Дмитриевский Андрей Александрович,
Кошевой Всеволод Николаевич*

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОЛЕТА РАКЕТ

В книге излагаются основные вопросы теории полета управляемых и неуправляемых ракет различного назначения и влияние их схемы и конструкции на условия полета.

Рассматриваются силы и моменты, действующие на ракету в полете: сила тяги, сила веса, управляющие силы и моменты, аэродинамические сопротивления.

Описывается теоретическое и опытное определение аэродинамических коэффициентов, а также характер их изменения в процессе полета в зависимости от высоты и метеофакторов. Рассказывается о явлениях, сопровождающих полет на больших высотах, о явлении аэродинамического нагрева.

Рассматриваются основные положения теории полета ракет. Даются основные сведения по составлению уравнений движения и расчету характеристики траекторий полета управляемых и неуправляемых ракет различного назначения. Даётся понятие об установлении оптимальных режимов движения и расчете траекторий по данным радиолокационных наблюдений.

Разбираются различные способы стабилизации ракет в полете и факторы, влияющие на отклонение ракеты от расчетной траектории. Объясняются причины рассеивания при стрельбе ракетами и способы уменьшения рассеивания.

Материал книги, объяснения и формулы иллюстрируются примерами, схемами, чертежами и графиками.

Главы II, III и IV написаны В. Н. Кошевым, остальные — А. А. Дмитриевским. Им же осуществлено общее редактирование книги.

Книга рассчитана на офицеров, курсантов и слушателей военных учебных заведений, студентов гражданских учебных заведений. Она может быть полезна читателям, интересующимся ракетной техникой.

ВВЕДЕНИЕ

Теория полета является дальнейшим развитием и практическим приложением динамики твердого тела. Она рассматривает полет различных летательных аппаратов: самолетов, ракет, спутников Земли, артиллерийских снарядов, авиабомб и др.

В этой книге, учитывая ее назначение, излагаются основы полета ракет, движущихся в поле земного тяготения. Космический полет на другие планеты здесь не рассматривается.

Теория полета занимается решением двух основных задач. Первая задача заключается в расчете характеристики движения ракет по заранее известным данным, вторая — в отыскании оптимальных (найлучших) режимов движения и траекторий полета.

Значение первой задачи трудно переоценить. Если бы мы не умели ее решать или решали недостаточно точно, то наши ракеты не попадали бы в заданную цель, а наши спутники не выходили бы на требуемую орбиту. Для решения поставленных задач необходимо прежде всего правильно определить, какие силы действуют на ракету в полете, и знать, какова будет их величина в каждый момент времени. Далее следует составить дифференциальные уравнения движения ракеты с учетом всех действующих на ракету сил. В результате решения дифференциальных уравнений получаются все характеристики движения: скорость ракеты, ускорения, время полета и координаты ракеты, по которым может быть построена траектория. Даже беглое знакомство с первой задачей показывает, что она очень сложна.

Число действующих на ракету при движении сил,

характер их изменения в процессе полета, а также соответственно число уравнений, описывающих движение, и их вид зависят от назначения ракеты, ее конструкции, способа стабилизации на полете и предполагаемой траектории движения.

Наиболее сложно рассчитывать траектории управляемых ракет, предназначенных для борьбы с быстро перемещающимися целями. Такие траектории — сложные пространственные кривые. Несколько проще расчет траекторий ракет класса «земля—земля».

В зависимости от конкретных условий задача расчета траекторий движения ракеты решается, как правило, с теми или иными допущениями. Чаще других употребляется допущение, состоящее в том, что движение центра массы ракеты и ее колебания вокруг центра массы не влияют друг на друга и рассматриваются отдельно. Сначала рассчитывают движение ракеты как материальной точки, расположенной в центре массы ракеты. Потом, зная траекторию, определяют движение ракеты вокруг ее центра массы. Ракету считают твердым телом. Деформацию корпуса и движение топлива и газа внутри ракеты обычно не учитывают. Изменение положения центра тяжести в процессе движения при практических расчетах также не учитывают.

При решении задач теории полета ракет большее число действующих факторов с меньшим числом допущений может быть учтено при расчете на электронных вычислительных машинах. Достаточно универсальным, но весьма трудоемким является метод численного интегрирования, и только небольшой класс сравнительно простых задач может решаться табличным и аналитическим способами.

Проектные расчеты траекторий ведутся, как правило, для идеально выполненной ракеты, исходя из нормальных метеорологических условий. Однако в действительности появляется ряд факторов, влияющих на отклонение ракеты в полете от расчетной траектории. Рассеивание траекторий отдельных выстрелов может зависеть как от конструкции и технологии изготовления ракеты (например, эксцентричества силы тяги), так и от отклонения условий полета от расчетных (например, от изменения метеофакторов, иерархиометрического разгара критического сечения сопла и газовых рулей, несовер-

шенства системы управления и др.). Изучение факторов, влияющих на рассеивание траекторий ракет, и рассмотрение способов уменьшения рассеивания являются также частью теории полета.

Наука о полете ракет и снарядов называется иногда внешней баллистикой. Слово «баллистика» происходит от греческого слова «бросаю», поэтому название «внешняя баллистика ракет» так же распространено, как и «теория полета ракет».

Теория полета тесно связана с математикой, физикой, теоретической механикой, аэродинамикой, метеорологией, геодезией, с помощью которых она получает необходимые сведения для дальнейших исследований. В свою очередь теория полета дает данные для проектирования ракет и систем управления, для разработки правил и таблиц стрельбы и др.

Познакомимся далее с основными этапами истории развития теории полета ракет.

Все прогрессивное человечество восхищено успехами советских людей, покоряющих межпланетное пространство. В 1957 г. впервые в истории человечества был начат запуск искусственных спутников Земли. В январе 1959 г. головная часть космической ракеты, запущенной в сторону Луны, преодолела земное притяжение. Головная часть ракеты, выпущенной в сентябре 1959 г., доставила на Луну советский вымпел, а с помощью третьей космической ракеты была сфотографирована никогда не виденная сторона Луны. Начиная с мая 1960 г. в соответствии с планом космических исследований наша страна запустила четыре корабля-спутника; с их помощью была отработана аппаратура иозвращены на Землю живые существа. Тем самым стало возможным послать человека в космос и благополучно вернуть его на Землю. Наша страна завоевала приоритет в освоении межпланетных трасс, успешно послав с тяжелого спутника Земли в феврале 1961 г. космическую ракету на траекторию к планете Венера.

12 апреля 1961 г. на корабле-спутнике «Восток» майор Советской Армии Ю. А. Гагарин — первый в мире летчик-космонавт — успешно стартовал, облетел вокруг Земли и благополучно приземлился в заданном районе. Этот подвиг открыл новую страницу в истории покорения космоса. Вслед за Гагариным в августе

1961 г. на корабле-спутнике «Восток-2» майор Советской Армии Г. С. Титов облетел вокруг Земли более семнадцати раз, пробыл в условиях невесомости около суток и доказал тем самым возможность длительных космических путешествий.

В августе 1962 г. был осуществлен продолжительный групповой полет вокруг Земли на кораблях-спутниках «Восток-3» и «Восток-4» офицеров Советской Армии летчиков-космонавтов А. Г. Николаева и П. Р. Поповича. А в июне 1963 г. блестящим успехом завершилась еще одна грандиозная космическая эпоха. Советские космонавты В. Ф. Быковский и В. В. Терешкова на замечательных кораблях-спутниках «Восток-5» и «Восток-6» совершили многодневный совместный космический полет и благополучно приземлились на территории нашей Родины.

Эти полеты в космос значительно расширили границы наших познаний о Вселенной; они явились славной победой труда, мысли и разума советского человека — первооткрывателя космической эры, колоссальным научно-техническим успехом.

1 ноября 1963 г. в Советском Союзе был произведен запуск управляемого маневрирующего аппарата «Полет-1», оборудованного специальной аппаратурой и системой двигательных установок, обеспечивающих проведение широкого маневрирования в околоземном космическом пространстве.

Таким образом, впервые осуществлено многократное широкое маневрирование космического аппарата в условиях полета.

Всему миру ясно, что мы стоим на пороге еще более удивительных и грандиозных открытий. Все эти достижения стали возможными только при использовании принципа реактивного движения.

Принцип реактивного движения широко применяется и при создании боевого оружия: межконтинентальных баллистических ракет, глобальных ракет, зенитных управляемых снарядов, самолетов-снарядов, управляемых авиационных бомб и торпед, противотанковых управляемых снарядов и многих других типов вооружения.

Современное состояние мировой реактивной техники в значительной мере обязано русской науке, ее замеча-

тельным традициям, поэтому, отмечая главные этапы развития теории полета ракет, основное внимание уделим отечественным работам.

Первые сведения о русских ракетах и снарядах ствольной артиллерии можно найти в книге «Устав ратных, пушечных и других дел, касающихся до военной науки», написанной Онисимом Михайловым и вышедшей в 1620 г.

Ко времени появления первых научных работ в области ракетной техники теория полета снарядов ствольных артиллерийских систем находилась на достаточно высоком уровне. Первая теоретически обоснованная работа по расчету траектории свободно брошенного тела написана Г. Галилеем (1564—1642 гг.) и напечатана в Болонье в 1638 г. Из этой работы стало известно, что если силу сопротивления воздуха не учитывать и ускорение силы тяжести брать постоянным по величине и направлению, то траектория, описываемая брошенным телом, будет параболой. Очевидно, что пользоваться параболической теорией можно только в тех случаях, когда принятые при выводе ее допущения существенно не сказываются на результатах расчетов (в первую очередь неучет силы сопротивления воздуха).

В конце XVII и начале XVIII в. с особым интересом изучалось влияние силы сопротивления воздуха на полет быстро летящих тел. Первые работы о влиянии среды на перемещающиеся в ней тела принадлежат английскому ученому И. Ньютона (1643—1727 гг.). Работы Ньютона относились к движению тел с малыми скоростями и не полностью подтвердились более поздними исследованиями.

Опыты, связанные с измерением начальной скорости снаряда, впервые проводились в России в 1727 г., а первое описание опытов по определению сопротивления воздуха движению сферических ружейных пуль для значительных по тому времени скоростей (520 м/сек) можно найти в книге англичанина Робинса, вышедшей в 1742 г.

Первое решение задачи о движении снаряда в воздухе с учетом силы сопротивления воздуха было сделано в 1753 г. членом Российской академии наук Л. Эйлером (1707—1783). Позднее, в 1755 г., им же

в знаменитой работе «Общие принципы движения жидкостей» было положено начало гидроаэродинамике.

Первые научные исследования в области ракетного дела принадлежат русскому артиллеристу генералу К. И. Константинову (1819—1871 гг.), возглавлявшему с 1847 г. Петербургское ракетное заведение и много сделавшему по улучшению организаций производства и технологии изготовления ракет. Константинов выразил физическую сущность движения ракеты равенством приращений количества движения ракеты и вытекающего из нее газа. Им также сделан важный вывод о том, что эксцентриситет реактивной силы является основной причиной, отклоняющей ракету от первоначально заданной траектории движения, и указано на целесообразность проворачивания оперенных ракет для улучшения кучности стрельбы.

Ракетная артиллерия того времени достигла наибольшего развития в первой половине XIX в. В дальнейшем плохая кучность боя ракет и успехи в этом отношении ствольного огнестрельного оружия привели к тому, что вплоть до первой мировой войны 1914—1918 гг. боевые ракеты были полностью сняты с вооружения армий всех стран. Начиная с этого времени теория полета развивается в основном применительно к снарядам ствольной артиллерии, а позже, с конца XIX в., и применительно к запросам начавшей бурно развиваться авиации.

В 1820 г. в России было открыто Артиллерийское училище, преобразованное в 1855 г. в Артиллерийскую академию. Развитие внешней баллистики во многом связано с этими учебными заведениями. В частности, профессором Артиллерийского училища В. А. Анкудовичем был написан первый учебник по внешней баллистике, изданный в 1836 г. В Артиллерийской академии с 1855 г. по 1858 г. лекции по внешней баллистике читал известный русский математик М. В. Остроградский, впервые решивший в общем виде сложную задачу о движении сферического врачающегося снаряда в воздухе.

С 1858 г. школу русских баллистиков возглавлял Н. В. Майевский (1823—1892), много сделавший для развития русской артиллерии. В частности, весьма ценные его работы по исследованию сопротивления воздуха

при больших скоростях движения снарядов, а также вращательного движения продолговатых снарядов. В своей работе «О влиянии вращательного движения на полет продолговатых снарядов в воздухе», напечатанной в 1865 г., Н. В. Майевский впервые доказал существование колебательного движения продольной оси снаряда во время полета и исследовал свойства этого движения. Н. В. Майевский был талантливым ученым и конструктором. Под его руководством созданы многие отечественные системы, весьма совершенные для того времени. Работы Н. В. Майевского продолжил его ученик, известный ученый Н. А. Забудский (1853—1917 гг.).

Основы современной динамики ракет были заложены в трудах русских ученых И. В. Мещерского и К. Э. Циолковского. Профессор Иван Всеиволодович Мещерский (1859—1935 гг.), выдающийся педагог-ученый, в своих работах по теоретической механике вывел уравнения движения тел переменной массы, к которым следует отнести и ракету. Им составлено уравнение вертикального движения ракеты.

Константина Эдуардовича Циолковского (1857—1935 гг.) по праву считают автором многих основных идей и теоретических положений, воплощенных в конструкциях современных космических ракет и реактивных снарядов. В своих ранних работах К. Э. Циолковский образно объяснил сущность реактивного движения на примере перемещения корабля под действием силы отдачи стоящей на корме скорострельной, непрерывно стреляющей пушки. После научно-фантастических повестей «На луне» и «Грезы о земле и небе. Эффекты всемирного тяготения» К. Э. Циолковский опубликовал в 1903 г. труд «Исследования мировых пространств реактивными приборами». В этой работе дана известная формула, определяющая наибольшую скорость движения ракеты в предположении отсутствия силы сопротивления воздуха и силы тяжести.

Предвидя развитие реактивной техники и опираясь на свои теоретические исследования, К. Э. Циолковский внес ряд ценных предложений, реализованных значительно позже при более высоком уровне развития науки и техники. Это относится к его идеям использования жидкого горючего для реактивных двига-

телей ракет при полетах на большие расстояния, применения газовых рулей ракеты, действующих и в безвоздушном пространстве, где воздушные рули не дают нужного эффекта. Циолковский также предложил для получения больших скоростей составные ракетные поезда. Без применения этой идеи был бы немыслим в настоящее время полет головной части ракеты на большие расстояния. Широко используется в наши дни идея автоматизации управления движением высокоскоростных самолетов и ракет. Введение автоматического управления ракетами позволило добиться высокой точности стрельбы. Как известно, головные части советских ракет, испытываемых в сентябре 1961 г., при дальности стрельбы в 12 000 км отклонились от заданной точки падения всего на 1 км.

Глубоко понимая трудности, связанные с полетом живых существ в реактивном аппарате, К. Э. Циолковскийставил вопрос об испытаниях, связанных с учетом влияния инерционных перегрузок на человеческий организм, и об установлении для него безопасных условий. При изучении влияния сопротивления воздуха на движущееся в нем тело К. Э. Циолковский обратил внимание на проблему нагрева тел, перемещающихся в воздухе с большими скоростями, известную сейчас под названием проблемы аэродинамического нагрева, решение которой имеет огромное значение.

Идею использования реактивного принципа движения высказал в своих предсмертных заметках революционер Николай Иванович Кибальчич.

Много сделали для развития ракетной техники (в период ее зарождения) и популяризации принципа реактивного движения русские исследователи А. Н. Федоров, Ф. А. Цандер и талантливый изобретатель Ю. В. Кондратюк.

Естественно, что в условиях царской России, да еще при слабом развитии техники, идеи К. Э. Циолковского и его учеников не получили развития, а его труды — должного признания. Только при Советской власти удалось добиться известных всему миру результатов.

В 1918 г. по инициативе Владимира Ильича Ленина была начата организация Центрального аэрогидродинамического института (ЦАГИ). Основателем ЦАГИ был

крупнейший русский ученый-аэродинамик Николай Егорович Жуковский, разработавший основы аэродинамических расчетов летательных аппаратов и динамики полета.

Первые экспериментальные работы по аэродинамике Н. Е. Жуковским велись в Московском университете и Московском высшем техническом училище (МВТУ). Известные всему миру ученые — академики А. Н. Туполов, Б. Н. Юрьев, А. А. Архангельский, Б. С. Стеккин, В. В. Голубев и многие другие были учениками Н. Е. Жуковского, а некоторые — членами научного студенческого кружка, организованного Н. Е. Жуковским в МВТУ. По инициативе Н. Е. Жуковского в 1919 г. был организован Московский институт инженеров воздушного флота, преобразованный в 1922 г. в Военно-воздушную академию, ныне носящую его имя.

В специальном постановлении Совета Народных Комиссаров Владимир Ильич Ленин назвал Н. Е. Жуковского отцом русской авиации.

Современная наука о динамике полета во многом обязана ученикам Н. Е. Жуковского — профессорам В. П. Ветчинину, И. В. Остославскому, В. С. Ведрову, В. С. Пышнову, профессору Военно-воздушной академии Д. А. Венцелю, академику В. С. Пугачеву, профессору Г. Ф. Бураго и многим другим.

В 1918 г. по решению Советского правительства была также создана постоянно действующая комиссия особых артиллерийских опытов (КОСАРТОП), которой было поручено решение проблем, связанных с созданием артиллерийских систем и со стрельбой из них. В комиссии плодотворно работали академики Н. Е. Жуковский, А. Н. Крылов, С. А. Чаплыгин, крупнейшие ученые — артиллеристы В. М. Трофимов, Н. Ф. Дроздов, Г. П. Киснемский. Так, академиком А. Н. Крыловым в 1917—1918 гг. впервые был разработан метод численного интегрирования дифференциальных уравнений движения снарядов, распространенный в настоящее время и на случай определения характеристик движения ракет различного назначения.

Основателем новой отрасли аэродинамики, газовой динамики, по праву считают академика Сергея Алексеевича Чаплыгина (1869—1942 гг.), одного из талантливейших учеников Н. Е. Жуковского. Возглавляемый

С. А. Чаплыгиным более 10 лет Центральный аэрогидродинамический институт быстро превзошел однотипные научно-исследовательские институты Европы и Америки по размаху работ, оснащению и их научной значимости. До конца своей жизни С. А. Чаплыгин оставался научным руководителем отечественной аэро-газодинамики. Многие ее проблемы, связанные с теорией полета, решены учеными школы С. А. Чаплыгина. Перед Великой Отечественной войной ученые Н. И. Тихомиров и В. А. Артемьев сконструировали первые ракеты на твердом топливе. Ракетные части Советской Армии в годы Великой Отечественной войны с успехом громили врагов нашей Родины.

В начале второй мировой войны, когда дальности стрельбы малыми неуправляемыми ракетами — реактивными снарядами были небольшими и конструктивная форма их напоминала снаряд или мину, система уравнений, описывающих движение центра массы ракеты, мало чем отличалась от системы уравнений, описывающих движение снаряда ствольной артиллерии. Для определения силы сопротивления воздуха было достаточно использовать типовые функции сопротивления воздуха или так называемые законы сопротивления воздуха.

Теория полета неуправляемых ракет достаточно полно представлена в книге Ф. Р. Гантмахера и А. М. Левина, вышедшей в 1959 г. (второе издание).

С увеличением дальностей полета, а соответственно и скоростей движения, с введением управления и с усложнением конструкций и форм ракет уравнения, описывающие их движение, значительно усложнились. Потребовалось использование в широких масштабах современной аэро- и газодинамики, высокоразвитой в применении к запросам самолетостроения. К решению задач, связанных с конструированием ракет, стали привлекаться ученые-специалисты в области динамической устойчивости, автоматического регулирования, беспилотного управления и наведения на цель.

Теория полета управляемых баллистических ракет, предназначенных для стрельбы на очень большие даль-

ности, спутников Земли и межпланетных кораблей требует самого широкого участия также и астроинженеров, специалистов в области небесной механики. Эллиптическая теория движения планет, начавшая развиваться со времен И. Кеплера (1571—1640 гг.) и И. Ньютона, к нашему времени значительно усовершенствованная, с успехом применяется для расчета движения спутников и космических трасс. Значительная роль в создании общей теории движения ракет принадлежит советским ученым.

Большие трудности встречаются при решении так называемых обратных задач, когда отыскиваются наилучшие оптимальные режимы движения ракет. Фундаментальные работы в этом направлении опубликованы также нашими учеными.

Создание современных многоступенчатых ракет — технической базы космических полетов — потребовало огромных творческих усилий многих коллективов научных, конструкторских бюро и заводов.

Достижения в области ракетной техники так многообразны и грандиозны, что могут быть отражены только в отдельных капитальных трудах. В настоящей работе рассмотрены схемы трех основных классов летательных аппаратов, принципиальные особенности которых непосредственно связаны с дальнейшим изложением. Таковыми являются: управляемая ракета с жидким топливом, предназначенная для полета на относительно небольшие дальности, управляемая ракета на твердом топливе для воздушного боя и неуправляемая ракета (снаряд) на твердом топливе для стрельбы на малые дальности.

Ракета с жидким топливом (насосная подача топлива) представлена на рис. 1.

Как известно, реактивная сила появляется при отбрасывании массы какого-либо вещества, называемого рабочим телом. В ракетах сила тяги реактивного двигателя образуется при истечении из сопла двигателя продуктов горения топлива, являющихся в этом случае рабочим телом.

Жидкое топливо ракетных двигателей, как правило, состоит из двух веществ: горючего и окислителя, называемых компонентами топлива. Запас топлива поме-

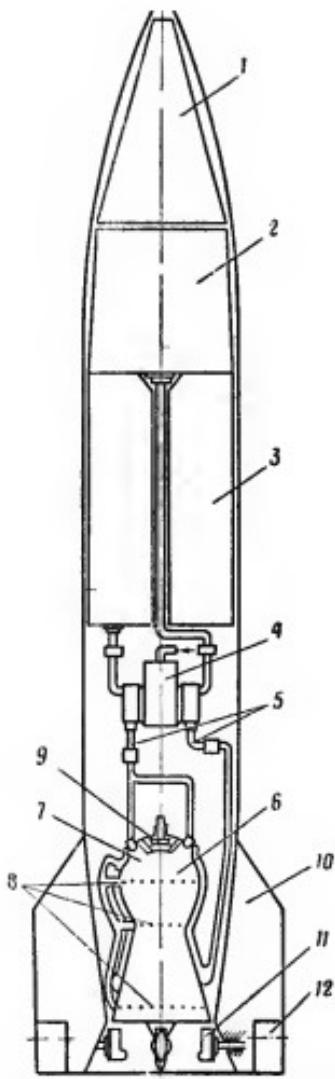


Рис. 1. Схема ракеты с двигателем на жидком топливе (насосная подача топлива):

1 — головная часть; 2 — бак с горючим; 3 — блк с окислителем; 4 — турбонивососный агрегат; 5 — трубопроводы; 6 — камера сгорания с соплом; 7 — форкамеры; 8 — спиртовой клапан; 10 — оперение; 11 — газовые рули; 12 — воздушные рули

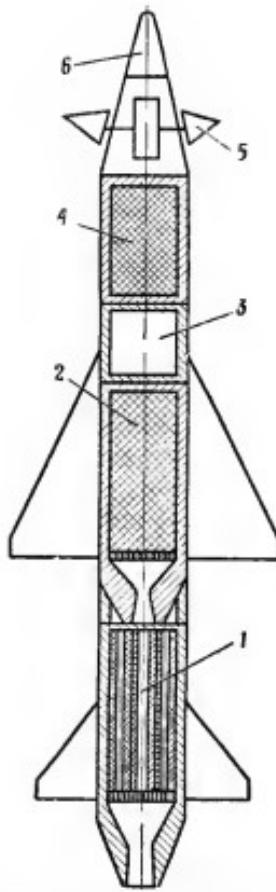


Рис. 2. Схема ракеты воздушного боя с двигателем на твердом топливе:

1 — стартовый двигатель; 2 — маршевый двигатель; 3 — отсек управления; 4 — боевая часть; 5 — воздушные рули; 6 — головка самонаведения

щается в баках. Не перечисляя всех требований, предъявляемых к ракетным топливам, и их свойств, отметим, что в качестве горючего выбирается вещество, способное в смеси с окислителем при реакции горения выделять большое количество тепла и газа.

Воздушные и газовые рули управляют ракетой в полете.

На рис. 2. показаны основные части ракеты с двумя двигателями на твердом топливе, предназначеннной для

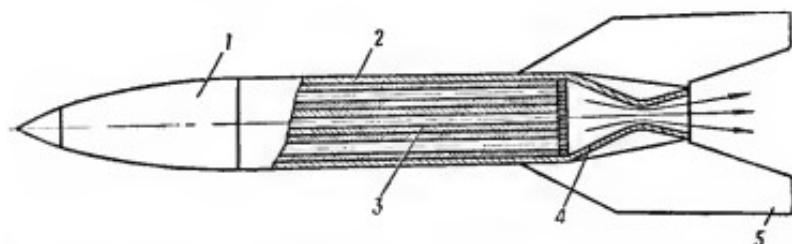


Рис. 3. Схема неуправляемой ракеты с двигателем на твердом топливе:

1 — боевая часть; 2 — камера двигателя; 3 — твердое топливо; 4 — сопло;
5 — оперение

воздушного боя. Стартовый двигатель после выгорания топлива отделяется.

В зависимости от назначения и конструкции двигателя заряд его имеет различную форму. Заряд стартового двигателя, предназначенного для быстрого разгона ракеты, должен иметь малое время горения и давать большую силу тяги. В этих случаях применяются заряды, состоящие из нескольких трубчатых шашек, горящих как снаружи, так и изнутри. Заряд маршевого двигателя обеспечивает меньшую силу тяги при продолжительной работе двигателя.

Заряд горит с торца, так как боковая поверхность шашки покрыта специальным составом, предохраняющим ее от горения по длине заряда. Такая форма заряда обеспечивает большее время работы двигателя.

На рис. 3 показана типичная схема неуправляемой ракеты на твердом топливе.

В дальнейшем не будем различать термины «ракета» и «реактивный снаряд», поскольку рассматриваем теорию полета этих тел. Под термином «ракета» часто понимают все виды ракет, однако в тех случаях, когда термин «реактивный снаряд» в применении к конкретному образцу установленся, он оставляется нами без изменения.

ГЛАВА I

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОСНОВНЫХ СИЛ И МОМЕНТОВ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА РАКЕТУ В ПОЛЕТЕ

§ 1. СИСТЕМА КООРДИНАТ И УГЛОВ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ ПОЛОЖЕНИЕ РАКЕТЫ В ПРОСТРАНСТВЕ

На ракету в полете действуют сила тяги основного двигателя, сила сопротивления воздуха, сила тяжести и управляющие силы. Так как вектор суммарной составляющей всех сил обычно не проходит через центр массы ракеты, то при рассмотрении движения ракеты необходимо учитывать не только действующие силы, но и их моменты относительно центра массы.

Сила тяги основного двигателя действует в направлении продольной оси ракеты или близко к ней. Направление аэродинамических сил зависит от угла между вектором скорости движения ракеты и ее продольной осью. Направление действия силы тяжести, как правило, не совпадает с двумя предыдущими. Кроме того, различными бывают и цели баллистических расчетов. Поэтому для определения положения ракеты в пространстве нельзя ограничиться какой-либо одной системой координат. В общем случае для расчета траекторий, решения аэродинамических вопросов, вопросов прочности, стабилизации и определения характеристик рассеивания при стрельбе могут применяться пять систем координат: земная (в прямоугольных или полярных координатах), связная, скоростная (поточная), полусвязанная и полускоростная.

За начало земной системы координат принята точка

старта или другая неподвижная относительно Земли точка. Ось ординаат направлена по радиусу Земли, ось абсцисс совпадает с направлением на цель, а ось OZ направлена вправо, если смотреть по направлению оси OX , и перпендикулярна двум первым. Это правая прямоугольная система координат. На чертежах и схемах обычно ось ординаат расположена вертикально, а ось абсцисс — горизонтально. При расчете элементов траекторий баллистических ракет дальнего действия и спутников Земли пользуются земной системой полярных координат. Положение центра массы ракеты определяется радиусом-вектором и полярными углами, отсчитываемыми в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Кроме земной системы координат, используют сферическую систему, принятую в астрономии. Небесной сферой называют воображаемую шаровую поверхность определенного радиуса. Положение точки центра массы спутника или ракеты на небесной сфере определяется, кроме радиуса, двумя углами: углом, лежащим в плоскости основного круга, проходящего через центр сферы, и углом, лежащим в плоскости, перпендикулярной основному кругу. Если за основную плоскость принять плоскость математического горизонта, то система сферических координат называется горизонтальной. Если же за основную плоскость принять плоскость небесного экватора, то будем иметь экваториальную систему сферических координат (рис. 4). На рис. 4 положение точки M в экваториальной системе определяется углом склонения λ и часовыми углами η и $180^\circ + \eta$, откладываемыми от южного меридиана к западу. Очевидно, что при движении ракеты или спутника перемещениями будут не только угол склонения и часовой угол, но и радиус сферы, равный расстоянию от выбранного центра сферы до центра массы движущегося тела.

Связанная, или, как ее иногда называют, подвижная, система координат жестко соединена с ракетой и перемещается вместе с ней. Начало координат обычно расположено в центре массы ракеты. Одна из осей координат направлена по продольной оси ракеты, остальные две — перпендикулярно продольной оси ракеты и друг другу. Если ракета выполнена по самолетной схеме, то одна из осей связанной системы координат

направлена вдоль хорды профиля крыла, а другая — перпендикулярно ей в плоскости симметрии. В полу связанный системе координат одна из осей совпадает с проекцией вектора скорости на плоскость симметрии летательного аппарата, две другие лежат в плоскости, перпендикулярной проекции вектора скорости на плоскость симметрии (одна направлена по линии пересечения плоскостей, другая дополняет систему до правой).

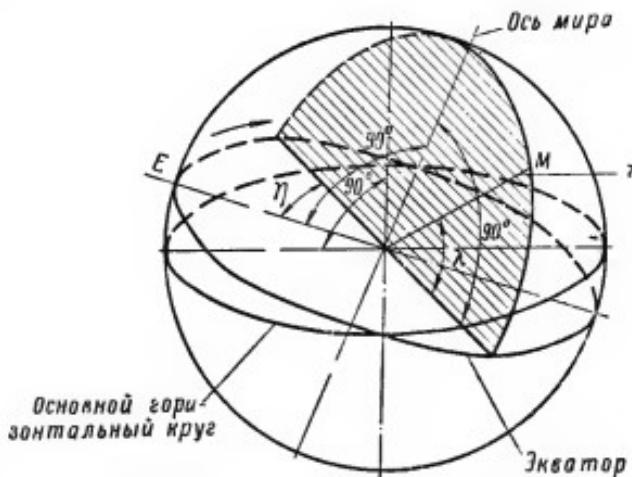


Рис. 4. Небесная сфера извне со стороны востока:
λ — угол склонения точки М, η — часовой угол

В поточной (скоростной) системе координат одна из осей совпадает с направлением вектора скорости полета центра массы ракеты, другая, ей перпендикулярная, лежит в плоскости симметрии летательного аппарата. Как и предыдущие, поточная система координат является правой прямоугольной системой и используется обычно при изучении явлений обтекания тел. Поточная система связана с вектором скорости и перемещается вместе с ним при движении ракеты. При изучении явлений обтекания в обращении движения, когда модель неподвижна, а поток движется, поточная система координат неподвижна и одна из ее осей направлена по вектору скорости невозмущенного потока. В полускоростной системе координат одна из осей, так

же как и в скоростной, совпадает с вектором скорости, другая направлена перпендикулярно ей и лежит в вертикальной плоскости, третья ось горизонтальна.

Для связи между различными системами координат принимается система углов (рис. 5). Связь между земной и подвижной системами координат осуществляется с помощью углов тангажа, крена и рыскания.

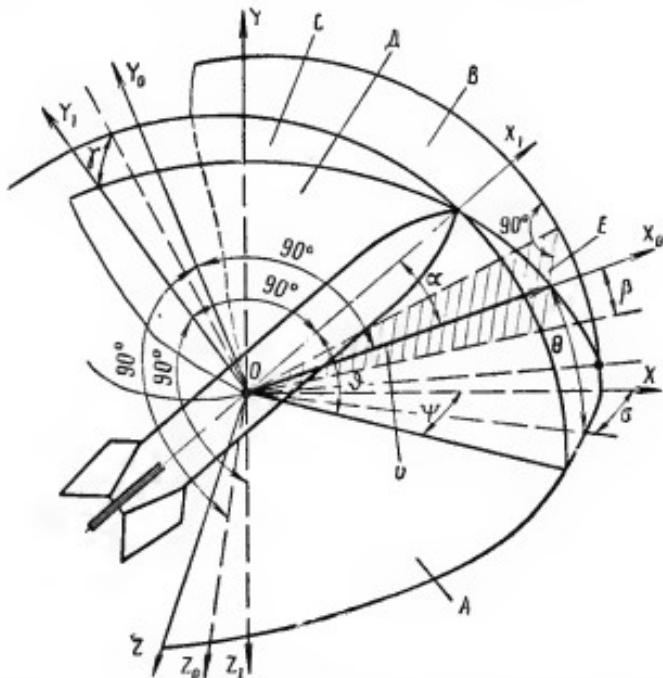


Рис. 5. Схема взаимного расположения земной, связанной и поточной систем координат:

θ — угол тангажа; ϕ — угол рыскания; τ — угол крена; α — угол атаки; β — угол скольжения

На рис. 5 (удобном для анализа движения ракет класса «земля — земля») показан общий случай, когда вектор скорости центра массы не совпадает с осью ракеты и не расположен в вертикальной плоскости, совпадающей с направлением стрельбы. Начало всех систем координат помещено в центре массы ракеты. Здесь земные координаты обозначены: X , Y , Z ; координаты связанный системы — X_1 , Y_1 , Z_1 ; а поточной — X_0 , Y_0 .

Z_0 . Плоскость A , в которой лежат оси OX и OZ , горизонтальна. Плоскость B , проходящая через ось OX , вертикальна. Плоскость C также вертикальна, но проходит через продольную ось ракеты. Угол, лежащий в плоскости C между продольной осью ракеты и ее проекцией на горизонтальную плоскость A , называется углом тангажа и обозначается буквой θ . Различают угол тангажа по отношению к стартовой (горизонтальной) плоскости и местный угол тангажа, измеряемый по отношению к текущей горизонтальной плоскости, находящейся в данный момент под ракетой. Последнее разделение целесообразно учитывать при определении характеристик движения ракет, предназначенных для стрельбы на очень большие дальности. Угол между проекцией продольной оси ракеты на горизонтальную плоскость A и земной координатой OX называется углом рыскания и обозначается ϕ . Поворот ракеты относительно продольной оси определяется углом крена τ , т. е. углом между связанный координатной осью OY_1 и вертикальной плоскостью C , проходящей через продольную ось ракеты. Следует отметить, что ось OY_1 не обязательно должна лежать в плоскости D , как это можно представить по рис. 5. У крылатых ракет, выполненных по самолетной схеме, угол крена можно определять как угол между плоскостью симметрии и вертикальной плоскостью, проходящей через ось OX_1 .

Связь между подвижной и поточной системами координат осуществляется с помощью угла атаки и угла скольжения. Угол между вектором скорости и продольной осью ракеты называется углом атаки α и лежит в плоскости D , называемой плоскостью сопротивления. Угол между вектором скорости v и проекцией продольной оси ракеты на плоскость E , проходящую через вектор скорости и перпендикулярную вертикальной, называется углом скольжения β . У ракет самолетной схемы и самолетов углом атаки принято называть угол между проекцией вектора скорости на плоскость симметрии самолета и хордой профиля крыла, а углом скольжения — угол между вектором скорости и плоскостью симметрии самолета. На рис. 5 также показаны углы Θ и σ . Угол Θ называется углом наклона к горизонту касательной к траектории (угол между вектором скорости

и горизонтальной плоскостью); угол α — углом поворота траектории.

Если $\phi = \varphi = 0$, то получим движение в одной плоскости, при котором $\theta = \Theta + \alpha$.

§ 2. УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ РАКЕТЫ (В ОБЩЕМ ВИДЕ). СИЛА ТЯГИ

В общем случае движения будем рассматривать одновременное отделение и присоединение частиц к основной переменной массе тела. Характерным примером

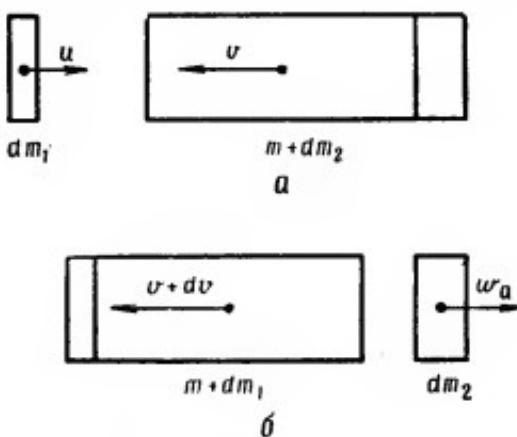


Рис. 6. Схема изменения массы:

а — состав массы до присоединения и отделения частиц; б — состав массы после присоединения и отделения частиц

рассматриваемой модели может служить движение летательного аппарата с воздушно-реактивным двигателем, через заборный диффузор которого поступает встречный поток воздуха, необходимый для работы двигателя. Одновременно с забором воздуха продукты сгорания топлива вытекают с большой скоростью из сопла двигателя назад, создавая силу тяги. В процессе присоединения и отделения частиц масса тела меняется непрерывно. Допустим, что масса тела переменная, скорости присоединения и отделения частиц не зависят от скорости тела. Для простоты рассмотрим случай линейного движения.

Пусть в рассматриваемый момент времени t тело имеет массу $m+dm_2$, движущуюся со скоростью v . За промежуток времени dt масса тела изменится за счет присоединения элементарной массы dm_1 и одновременного отделения массы dm_2 (рис. 6). Согласно гипотезе, заложенной в методе И. В. Мещерского, присоединение и отделение частиц происходит за бесконечно малый промежуток времени подобно удару. После присоединения частица движется со скоростью основной массы тела, а отделившаяся частица, получив скорость, сразу теряет взаимодействие с основной массой тела. На рассматриваемую систему трех масс действуют силы, равнодействующая которых ΣF . В результате взаимодействия между собой масс m , dm_1 и dm_2 и под действием сил ΣF скорость соединенной массы $m+dm_1$ будет равна $v+dv$. Скорость движения массы dm_1 перед присоединением обозначим u , а скорость массы dm_2 после отделения — w_a .

Найдем изменения количества движения системы масс m , dm_1 и dm_2 за промежуток времени dt и приравняем его к импульсу внешних сил:

$$m(v + dv) - mv + dm_1[(v + dv) - u] + \\ + dm_2(w_a - v) = \sum_i F dt. \quad (1.1)$$

Проведя преобразование, пренебрегая слагаемым $dm_1 \cdot dv$ и разделив обе части уравнения (1.1) на dt , получим уравнение движения тела переменной массы в общем случае:

$$m \cdot \frac{dv}{dt} + \frac{dm_1}{dt} (v - u) + \frac{dm_2}{dt} (w_a - v) - \sum_i F = 0. \quad (1.2)$$

Уравнение, подобное полученному, впервые было выведено И. В. Мещерским и названо его именем по предложению профессора А. А. Космодемьянского.

Рассматривая движение точки переменной массы в проекциях на оси координат X , Y , Z , И. В. Мещерский получил следующие уравнения:

$$m\ddot{x} + \frac{dm_1}{dt} (\dot{x} - u_x) - \frac{dm_2}{dt} (\dot{x} - w_{ax}) - \sum F_x = 0;$$

$$m\ddot{y} + \frac{dm_1}{dt}(y - u_y) - \frac{dm_2}{dt}(y - w_{ay}) - \sum F_y = 0;$$

$$m\ddot{z} + \frac{dm_1}{dt}(z - u_z) - \frac{dm_2}{dt}(z - w_{az}) - \sum F_z = 0, \quad (1.3)$$

где $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ — производная от x по t , равная проекции скорости на ось OX ;

$\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv_x}{dt}$ — вторая производная от x по t , равная производной от v_x по t , т. е. проекции ускорения на ось OX и т. п.

Произведения вида $\frac{dm}{dt}(\dot{x} - w_{ax})$ И. В. Мещерский называл «проекцией на координатные оси прибавочной силы». Взяв один из частных случаев, рассмотренных И. В. Мещерским при $dm_1=0$ и $dm_2=dm$, получим уравнение вида

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = \sum F_x + \frac{dm}{dt}(\dot{x} - w_{ax}), \quad (1.4)$$

позволяющее описать прямолинейное движение ракеты с реактивным двигателем обычного типа. Таким образом, И. В. Мещерский показал, что уравнение движения тела переменной массы (ракеты) можно описывать так же, как уравнение движения тела постоянной массы, включив в число действующих сил «прибавочную» силу $\frac{dm}{dt}(\dot{x} - w_{ax})$.

Для прямолинейного движения ракеты вертикально вверх И. В. Мещерский написал уравнение*

$$m\ddot{x} = -mg + p - \frac{dm}{dt} \cdot w - R(\dot{x}), \quad (1.5)$$

где m — масса ракеты;

g — ускорение силы тяжести;

p — давление газов;

w — величина относительной скорости, которую имеют сгорающие частицы в момент их отделения;

$R(\dot{x})$ — сопротивление воздуха.

* В этом случае вертикальную ось И. В. Мещерский обозначал OX .

Из приведенных уравнений И. В. Мещерского может быть получена формула, определяющая силу тяги реактивного двигателя.

Под силой стендовой тяги понимают равнодействующую сил давления воздуха и истекающих газов, приложенных к неподвижной ракете, находящейся в неподвижной невозмущенной атмосфере. Ракета и атмосфера принимаются неподвижными, чтобы сила тяги не включала силу сопротивления воздуха, возникающую при относительном движении ракеты и атмосферы.

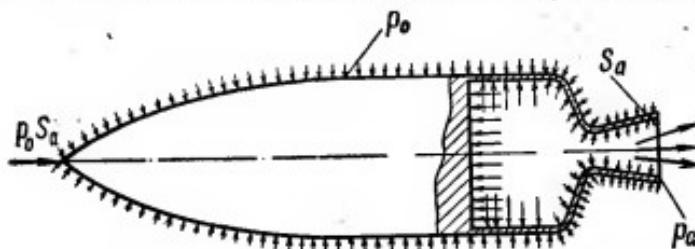


Рис. 7. Схема распределения давления, действующего на неподвижную ракету в неподвижной атмосфере

Для неподвижной ракеты используем частный случай, рассмотренный И. В. Мещерским при условии $\ddot{x} = \ddot{y} = \ddot{z} = 0$.

Тогда уравнение движения (1.5) превратится в уравнение равновесия:

$$mg - p + \frac{dm}{dt} \cdot w = 0. \quad (1.6)$$

Слагаемое $-p + \frac{dm}{dt} \cdot w$ в уравнении (1.6) и будет силой тяги. Получив уравнение (1.5), И. В. Мещерский не дал подробной расшифровки слагаемого p , назвав его «давлением газов».

Раскроем смысл слагаемого p . Если при определении силы тяги ракета и атмосфера неподвижны, то силы сопротивления воздуха нет, а есть лишь наружное давление. На рис. 7 изображена схема распределения давления, действующего на неподвижную ракету с работающим двигателем. На наружную поверхность действуют силы атмосферного давления p_0 . Они равны по величине произведению давления на площадь и на-

правлены перпендикулярно той площадке, на которую действуют. Все силы, действующие на боковые поверхности ракеты, уравновешиваются друг друга. Так как при работающем двигателе атмосферное давление не действует на выходное сечение сопла, через которое протекают газы, то появится равнодействующая сила $p_0 S_a$, направленная в сторону истечения газов (S_a — площадь выходного сечения сопла). В выходном сечении сопла действует противоположно направленная сила $p_a S_a$, где p_a — давление выходящих газов в этом сечении.

Таким образом, в уравнении (1.6) следует заменить p на $S_a(p_0 - p_a)$:

$$mg - S_a(p_0 - p_a) + \frac{dm}{dt} \cdot w = 0. \quad (1.7)$$

В результате получим уравнение для силы тяги в виде

$$P = \frac{dm}{dt} \cdot w - S_a(p_0 - p_a). \quad (1.8)$$

Введя в уравнение (1.8) секундный массовый расход газа

$$\left| \frac{dm}{dt} \right| = \frac{G_{\text{сек}}}{g},$$

получим формулу для силы тяги в современном написании:

$$P = \underbrace{\frac{G_{\text{сек}}}{g} \cdot w}_{\text{Слагаемое}} + S_a(p_a - p_0), \quad (1.9)$$

где $G_{\text{сек}}$ — секундный расход газа. Слагаемое $\frac{G_{\text{сек}}}{g} \cdot w$ иногда называют реактивной силой.

Выражение силы тяги для ракеты, расположенной у поверхности Земли:

$$P_0 = \frac{G_{\text{сек}}}{g} \cdot w + S_a(p_a - p_{0N}), \quad (1.10)$$

где p_{0N} — атмосферное давление у поверхности Земли для нормальных метеоусловий.

Сравнивая формулы (1.9) и (1.10), получим

$$P = P_0 + S_a p_{0N} \left(1 - \frac{p_0}{p_{0N}} \right), \quad (1.11)$$

где p_0 — давление на данной высоте;

p_{0N} — давление у поверхности Земли для нормальных метеоусловий.

Обозначив $P(y) = \frac{p_0}{p_{0N}}$, получим

$$P = P_0 + S_a p_{0N} [1 - P(y)]. \quad (1.12)$$

Вынеся из правой части формулы (1.9) за скобки $\frac{G_{\text{сек}}}{g}$, получим упрощенную формулу для силы тяги:

$$P = \frac{G_{\text{сек}}}{g} \cdot w_e \quad (1.13)$$

где

$$w_e = w + \frac{S_a g}{G_{\text{сек}}} (p_a - p_0); \quad (1.14)$$

w_e — величина, названная известным французским ученым П. Ланжевеном эффективной скоростью истечения. Расчеты показывают, что в формуле (1.14) второе слагаемое по сравнению с первым мало и составляет обычно не более 10—15%, поэтому эффективная скорость истечения определяется в основном величиной скорости газа в выходном сечении сопла — w . Если мы отнесем силу тяги к секундному расходу, то получим формулу, определяющую удельную тягу или так называемый единичный импульс:

$$P_{\text{уд}} = \frac{P}{G_{\text{сек}}} = \frac{w_e}{g} |\kappa \Gamma \cdot \text{сек}/\kappa \Gamma|. \quad (1.15)$$

Выражение для единичного импульса может быть также получено из общего выражения, определяющего импульс силы тяги:

$$J = \int_0^t P dt = \frac{w_e}{g} \int_0^t G_{\text{сек}} \cdot dt.$$

Полный импульс тяги за все время работы двигателя:

$$I = \frac{w_e}{g} \int_0^{t_k} G_{\text{сек}} \cdot dt = \frac{w_e \cdot \omega}{g},$$

где ω — полный расход топлива за все время работы двигателя.

Отнеся I к ω , получим

$$P_{\text{уд}} = \frac{w_e}{g} |\kappa \Gamma \cdot \text{сек}/\kappa \Gamma|.$$

При баллистических расчетах ракету обычно принимают за твёрдое недеформируемое тело. Из механики известно, что характеристики движения твёрдого тела могут быть определены через поступательное движение центра массы тела и вращательное движение вокруг центра массы. Используя выводы И. В. Мещерского, напишем уравнение поступательного движения ракеты в векторной форме:

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{P} - \vec{F}, \quad (1.16)$$

где m — масса ракеты;

\vec{r} — вектор мгновенного ускорения центра массы ракеты;

\vec{P} — вектор силы тяги;

\vec{F} — суммарный вектор всех сил сопротивления, действующих на ракету.

Уравнение вращательного движения ракеты будет иметь вид

$$J \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{M}_P + \vec{M}_F, \quad (1.17)$$

где J — момент инерции ракеты относительно мгновенной оси вращения;

$\vec{\omega}$ — вектор мгновенной угловой скорости вращения ракеты;

\vec{M}_P — вектор момента от силы тяги;

\vec{M}_F — вектор момента аэродинамических сил (включая управляющие моменты).

Положение твёрдого тела в пространстве определяется шестью независимыми величинами, называемыми степенями свободы. В рассматриваемом случае три из них — координаты возможного перемещения центра массы ракеты, а три — углы возможного поворота продольной оси ракеты относительно центра массы. В соответствии с этим написанные в общем виде уравнения движения (1.16) и (1.17) могут быть развернуты в шесть дифференциальных уравнений. Однако неизвестных значительно больше и шести уравнений оказывается недостаточно.

Необходимо знать зависимость от времени: координат центра массы ракеты (x, y, z); проекций скорости центра массы на координатные оси (v_x, v_y, v_z), проекций вектора мгновенной угловой скорости враще-

ния продольной оси ракеты на координатные оси (ω_x , ω_y , ω_z), углов тангажа, рыскания и крена (θ , ϕ , γ).

Так как неизвестных оказывается двенадцать, то к шести уравнениям динамики твердого тела должно быть добавлено еще шесть кинематических уравнений.

Напишем уравнение (1.16) в проекциях на земные оси координат x , y , z :

$$\left. \begin{aligned} m \cdot \frac{dv_x}{dt} &= P_x - F_x; \\ m \cdot \frac{dv_y}{dt} &= P_y - F_y; \\ m \cdot \frac{dv_z}{dt} &= P_z - F_z. \end{aligned} \right\} \quad (1.18)$$

К написанным добавим три обычных кинематических соотношения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= v_x; \\ \frac{dy}{dt} &= v_y; \\ \frac{dz}{dt} &= v_z. \end{aligned} \right\} \quad (1.19)$$

Уравнения вращательного движения ракет и самолетов обычно пишут в проекциях на связанные оси координат. Любая другая не связанная с ракетой система координат перемещается относительно ракеты, а это приводит к необходимости пользоваться при исследовании движения ракеты переменными значениями моментов инерции, что вносит усложнения. Развернем уравнение (1.17) в проекциях на связанные оси координат X , Y , Z :

$$\left. \begin{aligned} J_{x_1} \cdot \frac{d\omega_{x_1}}{dt} + (J_{z_1} - J_{y_1}) \omega_{y_1} \omega_{z_1} &= \sum M_{x_1}; \\ J_{y_1} \cdot \frac{d\omega_{y_1}}{dt} + (J_{x_1} - J_{z_1}) \omega_{x_1} \omega_{z_1} &= \sum M_{y_1}; \\ J_{z_1} \cdot \frac{d\omega_{z_1}}{dt} + (J_{y_1} - J_{x_1}) \omega_{x_1} \omega_{y_1} &= \sum M_{z_1}, \end{aligned} \right\} \quad (1.20)$$

где $\sum M_{x_1}$, $\sum M_{y_1}$, $\sum M_{z_1}$ — суммы проекций моментов всех внешних сил на связанные оси координат;

$J_{x_1}, J_{y_1}, J_{z_1}$ — моменты инерции ракеты относительно осей координат;

$\omega_{x_1}, \omega_{y_1}, \omega_{z_1}$ — проекции угловой скорости на связанные оси.

Производные по времени от углов θ, ϕ и γ определяются известными уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} &= \omega_{y_1} \sin \gamma + \omega_{z_1} \cos \gamma; \\ \frac{d\phi}{dt} &= \frac{\omega_{y_1} \cos \gamma - \omega_{z_1} \sin \gamma}{\cos \theta}; \\ \frac{d\gamma}{dt} &= \omega_{x_1} - \operatorname{tg} \theta (\omega_{y_1} \cos \gamma - \omega_{z_1} \sin \gamma). \end{aligned} \right\} \quad (1.21)$$

Таким образом, для нахождения двенадцати неизвестных имеем двенадцать уравнений, и задача определения характеристик движения ракеты может быть решена.

В зависимости от постановки задачи влияние управления на движение ракеты можно установить двумя путями. Если известны силы и моменты, включая управляющие силы и моменты, то неизвестными будут перечисленные двенадцать характеристик движения, которые и определяются при решении систем уравнений.

Во втором случае может быть задана часть характеристик движения: величины координат, скоростей или углов. Характеристики движения ракеты задаются в функции от времени или других величин, например $y=f_1(x)$ или $\theta=f_2(t)$ и т. д. Эти функции носят название программных уравнений. Для полного исследования управляемого полета и стабилизации летательного аппарата к написанным уравнениям необходимо добавить уравнения управления, описывающие работу системы управления. В зависимости от конкретных условий уравнения управления могут быть различными. В этом случае неизвестными будут управляющие силы и моменты, которые должны обеспечить заранее заданную программу движения. В уравнениях (1.18) и (1.20) управляющие силы и моменты пока нами не выделены.

Дополнительные сложности, не отраженные в написанных уравнениях, заключаются в том, что силы и моменты взаимосвязаны с характеристиками движения.

Расскажем о величинах, входящих в написанные уравнения, и о связи между ними. Масса ракеты переменна, она зависит от времени и равна:

$$m = m_0 - \int_0^t G_{\text{сек}} dt, \quad (1.22)$$

где m_0 — начальная масса ракеты.

Секундный расход рабочего вещества $G_{\text{сек}}$ в общем случае переменен, так как может меняться при регулировании тяги.

Многие силы и моменты взаимосвязаны с характеристиками движения. Например, аэродинамические и управляющие силы зависят от скорости и высоты полета. Сила тяги — переменная величина, зависящая от положения ракеты над поверхностью Земли (формула 1.11).

Моменты инерции ракеты J_{x_1} , J_{y_1} и J_{z_1} характеризуют инертность ракеты при вращении ее вокруг соответствующей оси. Напомним, что момент инерции равен сумме произведений из элементарных частиц массы dm на квадрат расстояния до оси, относительно которой берется момент инерции, например:

$$J_{x_1} = \int_w h_x^2 dm.$$

Знакок (w) показывает, что интеграл берется по всему объему. Момент инерции, определенный относительно координатных плоскостей YOZ и XOZ :

$$J_{xy} = \int_w xy dm$$

называется центробежным моментом инерции. Если через центр массы ракеты так провести три взаимно перпендикулярные оси, чтобы J_{xy} , J_{yz} и J_{zx} были равны нулю, то такие оси будут называться главными центральными осями инерции.

Если связанные оси координат X_1 , Y_1 и Z_1 совместить с главными центральными осями инерции, то уравнения вращательного движения примут вид уравнений в форме Эйлера (1.20). При работающем двигателе моменты инерции будут величинами переменными вследствие измене-

ния массы тела за счет расхода топлива. Численные значения J_x , J_y , и J_z для ракеты определяются так же, как и для всякого сложного тела. Условно разбивают ракету на отдельные части, имеющие простую геометрическую форму и одинаковую плотность вещества, и определяют момент инерции для каждой части отдельно. Дальнейшее суммирование производится по правилам механики. Таким образом, для вычисления моментов инерции необходимо иметь подробные чертежи ракеты и знать закон изменения ее массы в полете. Работа по расчетному определению моментов инерции и их изменению очень кропотлива и трудоемка. Поэтому при приближенных баллистических расчетах их берут постоянными. При более точных расчетах, связанных с устойчивостью и управляемостью, необходимо учитывать переменность моментов инерции. Экспериментальные методы определения моментов инерции сложных тел, дающие более точные результаты в сравнении с расчетными, достаточно подробно разработаны в механике, и здесь их касаться не будем. Далее рассмотрим более подробно влияние Земли и аэrodинамических сил на полет ракет.

ГЛАВА II

ВЛИЯНИЕ ПОЛЯ ТЯГОТЕНИЯ ЗЕМЛИ И ЕЕ АТМОСФЕРЫ НА ПОЛЕТ РАКЕТ

§ 1. УСКОРЕНИЕ СИЛЫ ЗЕМНОГО ПРИТЯЖЕНИЯ

При полете ракет в околоземном пространстве они притягиваются к Земле, или, как говорят, испытывают влияние поля тяготения Земли. Сила притяжения ракеты к Земле — одна из основных сил, действующих на ракету в полете. Эта сила существенно влияет на характеристики движения ракеты (скорость, ускорение, направление полета и пр.), поэтому остановимся на этом подробнее.

Согласно закону всемирного тяготения два любых тела с массами m_1 и m_2 притягиваются друг к другу с силой F , прямо пропорциональной произведению этих масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния r между ними, т. е.

$$F = \gamma \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (2.1)$$

где F — сила притяжения в kG ;

γ — коэффициент пропорциональности, называемый гравитационной постоянной или постоянной тяготения;

m_1 и m_2 — масса тел в $\text{kG} \cdot \text{сек}^2/\text{м}$;

r — расстояние между центрами масс тел в м .

Постоянная тяготения γ численно равна силе, с которой два тела с массами в $1 \text{ кG} \cdot \text{сек}^2/\text{м}$ притягиваются

друг к другу, если расстояние между центрами этих тел равно 1 м. Опыты показали, что

$$\gamma = 65,4 \cdot 10^{-11} \frac{M^4}{kg \cdot sek^4}.$$

Применим закон всемирного тяготения (2.1) к случаю притяжения ракеты к Земле. Для этого надо знать форму Земли и распределение ее массы. Измерения показали, что форма Земли достаточно точно может считаться эллипсоидом вращения. Получось вращения равна 6356 911 м и расположена по направлению север—юг, а экваториальная полуось Земли равна 6378 388 м. Масса вещества, из которого состоит Земля, по концентрическим сферам, проведенным из центра Земли, распределена не строго равномерно. Все это приводит к тому, что ракета с постоянной массой в полете над различными участками поверхности Земли даже на одном и том же расстоянии от центра Земли будет притягиваться к ней с разной силой. Однако изменение силы притяжения будет при этом невелико и его в большинстве случаев в расчетах траекторий ракет не учитывают, а Землю считают шаром с радиусом $R = 6,371 \cdot 10^6$ м и с равномерным распределением масс по концентрическим сферам внутри этого шара.

Если обозначить массу Земли буквой M , а массу ракеты буквой m , то сила притяжения ракеты к Земле будет равна

$$F = \gamma \cdot \frac{Mm}{r^2}, \quad (2.2)$$

где F — сила земного притяжения;

r — расстояние от центра Земли до центра массы ракеты.

В расчетах удобнее иметь дело не с силой земного притяжения, а с ускорением, сообщаемым ракете этой силой. Согласно второму закону Ньютона ускорение от силы земного притяжения $g_t = \frac{F}{m}$, поэтому из формулы (2.2) следует, что

$$g_t = \gamma \cdot \frac{M}{r^2}. \quad (2.3)$$

В частном случае на поверхности Земли ускорение от силы земного притяжения равно

$$g_{\text{т0}} = \tau \cdot \frac{M}{R^2}. \quad (2.4)$$

Зная τ , R и $M = 0,6092 \cdot 10^{24}$ кГ·сек²/м, найдем $g_{\text{т0}} = 9,82$ м/сек².

§ 2. ВЛИЯНИЕ ВРАЩЕНИЯ ЗЕМЛИ НА ПОЛЕТ РАКЕТ

При определении ускорения ракеты от силы земного притяжения не принималось во внимание вращение Земли вокруг своей оси. Из теоретической механики известно, что вращение Земли приводит к необходимости учитывать еще два ускорения, которые будут испытывать ракеты, летящие в околосземном пространстве. Это — ускорение переносного движения $\bar{j}_{\text{пер}}$ и кориолисова ускорение $\bar{j}_{\text{кор}}$.

Откуда появляются эти ускорения? Будем считать абсолютным движение ракеты относительно неподвижной Земли, т. е. относительно системы координат, помещенных в центре Земли, но не врачающихся вместе с ней, а все время остающихся неподвижными. Движение ракеты относительно поверхности вращающейся Земли назовем относительным. Переносным движением тогда будет вращение Земли вокруг своей оси. Ускорение ракеты в сложном абсолютном движении будет

$$\bar{j}_{\text{абс}} = \bar{j}_{\text{отн}} + \bar{j}_{\text{пер}} + \bar{j}_{\text{кор}}, \quad (2.5)$$

где $\bar{j}_{\text{абс}}$ — вектор абсолютного ускорения ракеты;

$\bar{j}_{\text{отн}}$ — вектор относительного ускорения ракеты;

$\bar{j}_{\text{пер}}$ — вектор переносного ускорения ракеты;

$\bar{j}_{\text{кор}}$ — вектор поворотного ускорения ракеты (кориолисова ускорения).

Относительное ускорение определяется формулой

$$\bar{j}_{\text{отн}} = \frac{d\bar{v}_{\text{отн}}}{dt}, \quad (2.6)$$

где $\bar{v}_{\text{отн}}$ — скорость ракеты относительно поверхности вращающейся Земли;

$\frac{d\bar{v}_{\text{отн}}}{dt}$ — производная от относительной скорости по времени, равная мгновенному значению относительного ускорения.

Направление $\bar{j}_{\text{отн}}$ совпадает с направлением вектора скорости $v_{\text{отн}}$.

Значение $j_{\text{пер}}$ находится по формуле

$$j_{\text{пер}} = r_0 \Omega^2, \quad (2.7)$$

где r_0 — кратчайшее расстояние (рис. 8, а) от центра массы ракеты до оси вращения Земли;

Ω — угловая скорость вращения Земли.

Вектор $\bar{j}_{\text{пер}}$ направлен от центра массы ракеты к оси вращения Земли по кратчайшему расстоянию между ними, а поэтому иногда называется центростремительным ускорением (рис. 8, б).

Определить величину кориолисова ускорения можно по следующей зависимости:

$$j_{\text{кор}} = 2v_{\text{отн}} \Omega \sin(\bar{v}_{\text{отн}}, \bar{\Omega}), \quad (2.8)$$

где $\sin(\bar{v}_{\text{отн}}, \bar{\Omega})$ — синус угла между векторами $\bar{v}_{\text{отн}}$ и $\bar{\Omega}$.

Кориолисово ускорение перпендикулярно плоскости, проведенной через $\bar{\Omega}$ и параллельной $v_{\text{отн}}$, а направлено всегда в ту же сторону, что и конец вектора $v_{\text{отн}}$, если бы он вращался вместе с Землей с угловой скоростью Ω .

Из формулы (2.8) можно установить, что кориолисово ускорение равно нулю, при условии когда либо $\Omega=0$ (Земля не вращается), либо $v_{\text{отн}}=0$ (ракета неподвижна относительно Земли), либо $\sin(v_{\text{отн}}, \bar{\Omega})=0$, т. е. $v_{\text{отн}}$ параллельно $\bar{\Omega}$ или OY — оси вращения Земли. Следовательно, практически кориолисово ускорение будет равно нулю лишь в те моменты полета, когда скорость $v_{\text{отн}}$ ракеты относительно Земли параллельна OY .

Уравнения движения ракеты составляются в проекциях на оси координат. Покажем, как будут выглядеть величины проекций относительного, переносного и поворотного ускорений на оси неподвижной системы координат X, Y, Z (рис. 8, б).

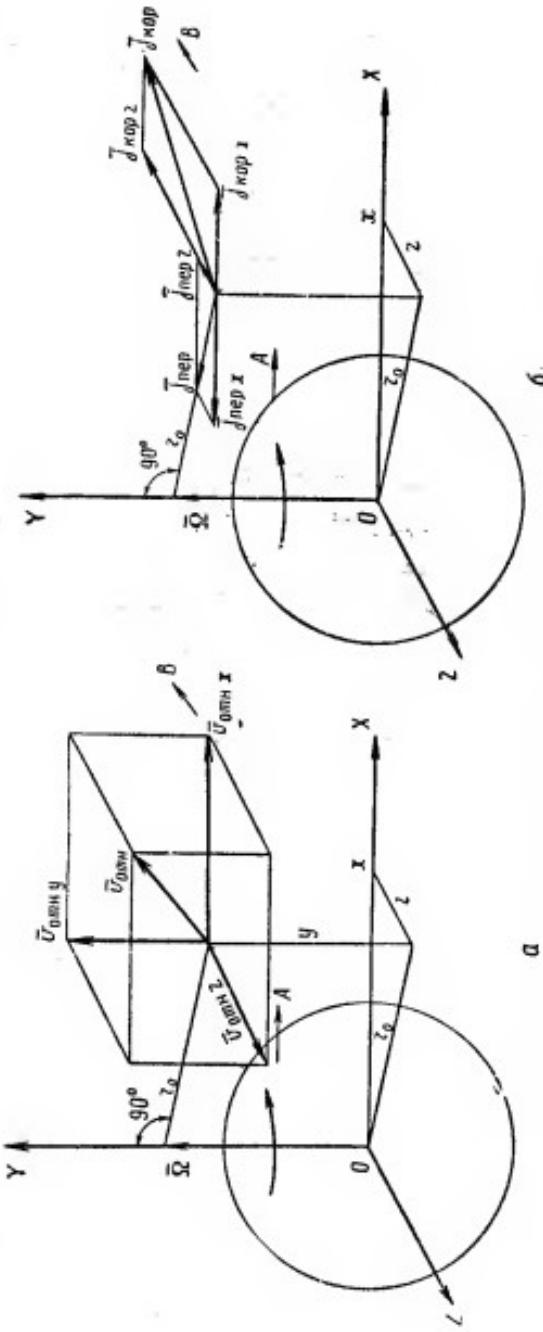


Рис. 8. Составляющие скорости и ускорений центра массы ракеты:
 а — разложение вектора относительной скорости ракеты \vec{U}_0 относительно осей координат; б — составляющие переносного и короткого ускорения (в горизонтальной плоскости)

Проекции вектора относительного ускорения $\vec{j}_{\text{отн}}$ будут равны соответственно

$$\left. \begin{aligned} j_{\text{отн}x} &= \frac{dv_{\text{отн}x}}{dt}; \\ j_{\text{отн}y} &= \frac{dv_{\text{отн}y}}{dt}; \\ j_{\text{отн}z} &= \frac{dv_{\text{отн}z}}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

производным по времени от проекций относительной скорости на оси координат.

Проекции вектора переносного ускорения $\vec{j}_{\text{пер}}$ на оси координат X, Y, Z можно определить из выражений:

$$\left. \begin{aligned} j_{\text{пер}x} &= -x\Omega^2; \\ j_{\text{пер}y} &= 0; \\ j_{\text{пер}z} &= -z\Omega^2. \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

Здесь $j_{\text{пер}y}=0$, потому что проекция r_0 на ось OY равна нулю, так как r_0 перпендикулярно оси вращения Земли OY . Проекции r_0 на оси OX и OZ равны соответственно x и z . Знаки минус у $j_{\text{пер}x}$ и $j_{\text{пер}z}$ получились потому, что соответствующие составляющие вектора переносного ускорения направлены против положительного направления осей OX и OZ .

Проекции кориолисова ускорения находятся по формулам:

$$\left. \begin{aligned} j_{\text{кор}x} &= 2v_{\text{отн}z}\Omega; \\ j_{\text{кор}y} &= 0; \\ j_{\text{кор}z} &= -2v_{\text{отн}x}\Omega. \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

Поясним формулы (2.11). Так как вектор кориолисова ускорения перпендикулярен плоскости, которая проходит через вектор $\vec{\Omega}$ (т. е. через ось OY) и параллельна $v_{\text{отн}}$, то его проекция на ось OY всегда равна нулю ($j_{\text{кор}y}=0$). Проекция кориолисова ускорения на ось OX (рис. 8, б) перпендикулярна плоскости YOZ , которая проходит через OY и параллельна $v_{\text{отн}x}$. Поэтому, на основании формулы (2.8)

$$j_{\text{кор}x} = 2v_{\text{отн}z} \cdot \Omega \sin(v_{\text{отн}x}, \vec{\Omega}) = 2v_{\text{отн}z} \cdot \Omega,$$

так как $\sin(\bar{v}_{\text{отн}\,x}, \bar{\Omega}) = 1$, поскольку угол между векторами $\bar{v}_{\text{отн}\,x}$ и $\bar{\Omega}$ равен 90° . Проекция $j_{\text{кор}\,x}$ направлена по положительному направлению оси OX , т. е. положительно, так как конец $\bar{v}_{\text{отн}\,x}$ поворачивается вместе с Землей по стрелке A (рис. 8, б).

Проекция кориолисова ускорения на ось OZ ($j_{\text{кор}\,z}$) перпендикулярна плоскости XOY , которая проходит через ось OY и параллельна вектору $\bar{v}_{\text{отн}\,x}$. Поэтому

$$j_{\text{кор}\,z} = 2v_{\text{отн}\,x} \cdot \Omega \sin(\bar{v}_{\text{отн}\,x}, \bar{\Omega}) = -2v_{\text{отн}\,x} \cdot \Omega,$$

так как $|\sin(\bar{v}_{\text{отн}\,x}, \bar{\Omega})| = +1$ (угол между $\bar{v}_{\text{отн}\,x}$ и $\bar{\Omega}$ равен 90°).

Знак минус у $j_{\text{кор}\,z}$ получился потому, что конец $\bar{v}_{\text{отн}\,x}$ при вращении его вместе с Землей поворачивается по стрелке B , т. е. против положительного направления оси OZ .

Оценим величины ускорения переносного движения и кориолисова ускорения. Величина ускорения переносного движения (2.7) зависит от расстояния ракеты до оси вращения Земли и от угловой скорости вращения Земли Ω , которая равна частному от деления 2π (угла в радианах полного оборота Земли вокруг своей оси) на время этого оборота (23 часа 56 минут и 4 секунды), т. е.

$$\Omega = \frac{2\pi}{(23 \cdot 60 + 56) \cdot 60 + 4} = 7,292 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{сек}}.$$

Допустим, ракета находится в плоскости экватора на расстоянии 2000 км от ее поверхности, что составляет около 8370 км от центра Земли. Тогда ускорение переносного движения будет

$$j_{\text{пер}} = 8370 \cdot 10^3 (7,292 \cdot 10^{-5})^2 = 0,044 \text{ м/сек}^2.$$

По формуле (2.3) при $r=8370$ км ускорение земного притяжения равно $g_t=5,70$ м/сек². Как видно из формулы, переносное ускорение невелико, так как оно составляет 0,77% величины g_t — ускорения силы земного притяжения. Поэтому ускорение переносного движения в расчетах траекторий ракет ближнего и даже среднего радиуса действия часто учитывают вместе с g_t (рис. 9), называя их геометрическую разность $\bar{g}=g_t - j_{\text{пер}}$ уско-

рением силы тяжести. Ускорение силы тяжести направлено в общем случае не к центру Земли, а под углом λ , называемым географической широтой места точки A . Из-за малости величины $j_{\text{пер}}$ в расчетах траекторий

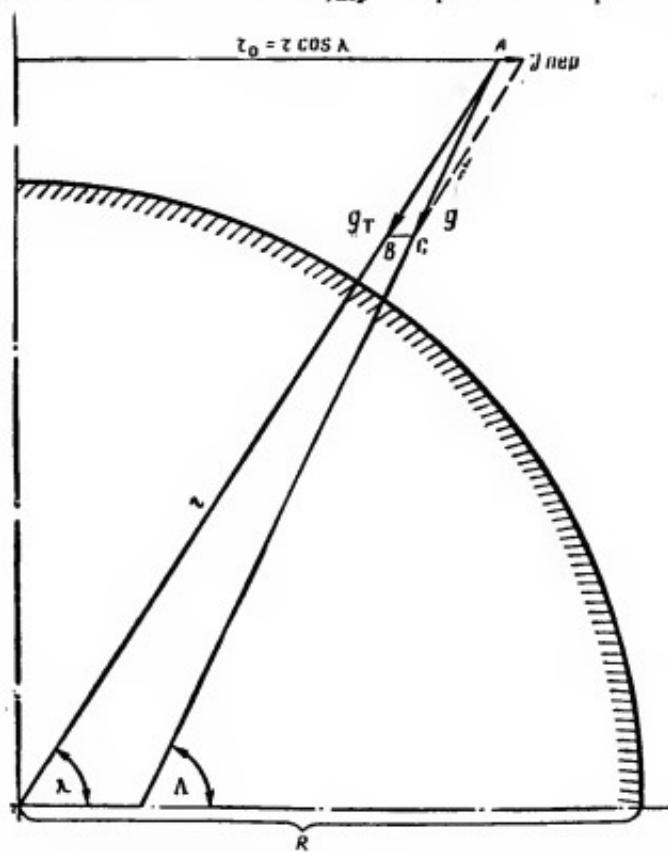


Рис. 9. Совместный учет ускорений земного притяжения g_t и ускорения переносного движения $j_{\text{пер}}$ с помощью ускорения силы тяжести g (ракета в точке A над поверхностью Земли)

можно считать, что g направлено к центру Земли под углом λ — геоцентрической широты места точки A .

Посмотрим, как изменится g на траектории ракеты. Из треугольника ABC (рис. 9)

$$g = \sqrt{g_t^2 + j_{\text{пер}}^2 - 2g_t j_{\text{пер}} \cos \lambda},$$

или

$$\frac{g}{g_t} = \sqrt{1 + \left(\frac{j_{\text{пер}}}{g_t}\right)^2 - 2\left(\frac{j_{\text{пер}}}{g_t}\right) \cos \lambda}. \quad (2.12)$$

Поскольку, как мы убедились, $j_{\text{пер}}$ значительно меньше g_t , то квадратом их отношения по сравнению с единицей можно пренебречь и вместо формулы (2.12) получить

$$\frac{g}{g_t} = \left(1 - 2 \cdot \frac{j_{\text{пер}}}{g_t} \cdot \cos \lambda\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.13)$$

Познакомимся с более простой, чем формула (2.13), также приближенной формулой для определения g , которую получим из формулы (2.13), применяя широко распространенный прием разложения по биному Ньютона. Формула биноминального разложения имеет вид:

$$(a+b)^n = a^n + \frac{n}{1} \cdot a^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \cdot a^{n-2}b^2 + \dots + b^n. \quad (2.14)$$

Разложим выражение (2.13) по формуле (2.14):

$$\frac{g}{g_t} = 1 - \left(\frac{j_{\text{пер}}}{g_t}\right) \cos \lambda + \frac{1}{4} \left(\frac{j_{\text{пер}}}{g_t}\right)^2 \cos^2 \lambda + \dots$$

Пренебрегая членами, содержащими $\left(\frac{j_{\text{пер}}}{g_t}\right)$ во второй степени и выше, получим

$$\frac{g}{g_t} = 1 - \left(\frac{j_{\text{пер}}}{g_t}\right) \cos \lambda, \quad (2.15)$$

где $j_{\text{пер}} = r_0 \Omega^2$, или $j_{\text{пер}} = \Omega^2 r \cos \lambda$ (рис. 9).

Поделив значение формулы (2.3) на формулу (2.4), получим

$$g_t = g_{t_0} \cdot \frac{R^2}{r^2}, \quad (2.16)$$

а подставив затем g_t из формулы (2.16) и $j_{\text{пер}}$ в формулу (2.15), найдем

$$\frac{g}{g_t} = 1 - \frac{\Omega^2 r^3 \cos^2 \lambda}{g_{t_0} R^2}. \quad (2.17)$$

Формула (2.17) показывает, что отношение ускорения силы тяжести к ускорению земного притяжения зависит от расстояния r ракеты до центра Земли и от

геоцентрической широты λ и позволяет учесть изменение g по траектории. В табл. 1 приведены результаты расчетов по этой формуле для различных r и λ .

Таблица 1

λ	r	$1,1 R$	$1,2 R$	$1,5 R$	$2,0 R$
0°	0,9966	0,9954	0,9940	0,9884	0,9724
45°	0,9983	0,9977	0,9970	0,9942	0,9862
90°	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Из табл. 1 видно, что при полетах ракет в околосеменном пространстве на расстоянии $r=1,2R$ от центра Земли с точностью около 0,5% можно считать ускорение силы тяжести равным ускорению от силы земного притяжения. Чем ближе к полюсу ($\lambda=90^\circ$), тем меньше разница между g и g_t .

Формула (2.16) позволяет установить изменение g_t с высотой. Так, например, на высоте 100 км над поверхностью Земли $g_t=9,52 \text{ м/сек}^2$, т. е. приблизительно на 3% меньше, чем у поверхности Земли. Если же высота подъема достигнет 500 км, то g_t уменьшится на величину около 14%. Отсюда понятно, почему в расчетах траекторий ракет, предназначенных для стрельбы на сравнительно малые дальности, ускорение от силы земного притяжения, а следовательно, и ускорение силы тяжести принимают постоянными по всей траектории. В расчетах же траекторий ракет для стрельбы на большие дальности приходится учитывать переменность g_t с высотой и определять его величину по выражению (2.16). Если расчет имеет приближенный характер, то считают $g=g_t$; при необходимости получить величину g_t с возможно большей точностью в каждой точке траектории следует определять ее по формуле (2.17) или даже по формуле (2.12).

Направление ускорения силы тяжести можно считать постоянным (по радиусу Земли в точке старта) лишь в расчетах траекторий полета ракет на небольшие дальности; в других же случаях следует учитывать, что оно по всей траектории направлено к центру Земли. Только в самых ответственных расчетах траекторий

межконтинентальных ракет необходимо учитывать, что вектор \vec{g} направлен под углом λ к экваториальной плоскости Земли.

Оценим величину кориолисова ускорения. Формулы (2.11) позволяют сделать вывод, что кориолисово ускорение прямо пропорционально v_{xoz} — проекции скорости ракеты на плоскость X, O, Z , так как

$$\begin{aligned} j_{\text{кор}} &= V \sqrt{j_{\text{кор},x}^2 + j_{\text{кор},y}^2 + j_{\text{кор},z}^2} = \\ &= 2\Omega V \sqrt{v_{\text{отн},z}^2 + v_{\text{отн},x}^2} = \\ &= 2\Omega v_{xoz}. \quad (2.18) \end{aligned}$$

Расчеты по формуле (2.18) показывают, что уже при $v_{xoz}=1000$ м/сек $j_{\text{кор}}=0,15$ м/сек², т. е. составляет приблизительно 1,5% ускорения тяжести. Если $v_{xoz}=200$ м/сек, то неучет кориолисова ускорения приведет к ошибке в 0,3%. Следует отметить, что v_{xoz} изменяется по траектории, а поэтому изменяется и величина ошибки.

При сравнительно небольших дальностях полета кориолисово ускорение учитывается путем введения поправок на полную дальность стрельбы.

Выполняя расчеты траекторий с дальностью более 50 км, мы должны учитывать кривизну Земли (рис. 10). Ракета вместо точки C' , как это получается в предположении, что Земля плоская, упадет в точке C .

Разницу между расстоянием по дуге окружности Земли $\hat{OC}=L$ и по прямой линии $OC'=X$ можно подсчитать по приближенной формуле:

$$\delta = \frac{L-X}{X} = \frac{\varphi}{2 \sin \varphi/2 \left(\cos \varphi/2 - \frac{\sin \varphi/2}{\operatorname{tg} \Theta_c} \right)} - 1, \quad (2.19)$$

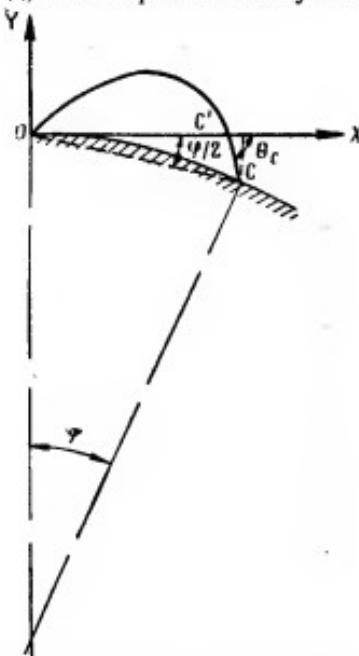


Рис. 10. Схема, иллюстрирующая влияние кривизны Земли на полную дальность полета ракеты

полученной в предположении, что участок траектории $C'C$ является прямой линией. Ошибка от этого допущения невелика, так как величина отрезка $C'C$ мала. Из формулы (2.19) видно, что поправка на дальность стрельбы, учитывающая кривизну Земли, зависит от угловой дальности ϕ и угла Θ_c наклона касательной к траектории в точке падения.

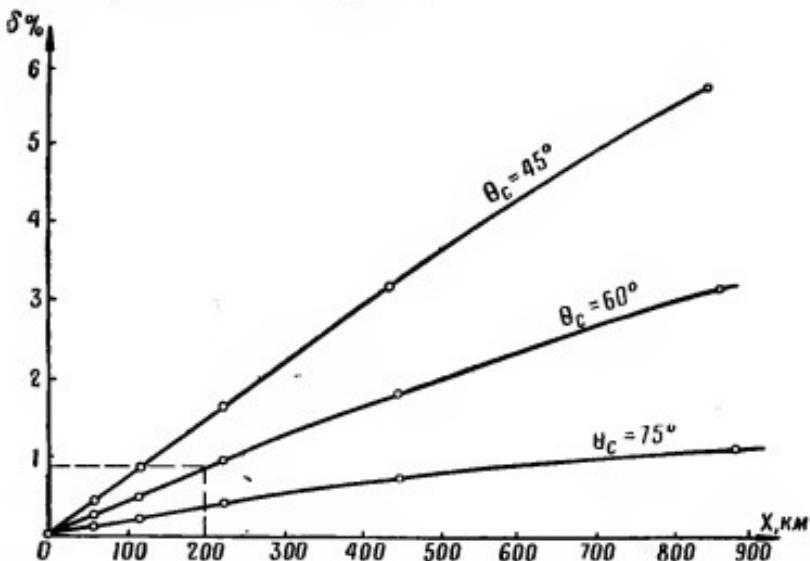


Рис. 11. График зависимости погрешности в определении дальности за счет неучета кривизны Земли δ от величины дальности X и угла наклона касательной к горизонту в точке падения ракеты Θ_c

На рис. 11 приведены графики, позволяющие определить поправку на дальность стрельбы, учитывающую кривизну Земли. Эти графики получены расчетом по формуле (2.19) и показывают, например, что для траекторий с $\Theta_c = 60^\circ$ и с дальностью стрельбы $X = 200$ км учет кривизны Земли увеличивает расчетную дальность на 0,9 %. Ошибка в дальности полета ракет от неучета кривизны Земли при $X = 50$ км и $\Theta_c = 60^\circ$ будет примерно 0,2 % и ее иногда пренебрегают.

Следует помнить, что в расчетах траекторий ракет решение вопроса об учете или неучете кривизны Земли и ее вращения зависит от назначения расчета и требований к его точности.

§ 3. ЗЕМНАЯ АТМОСФЕРА И ЕЕ СВОЙСТВА

Атмосферой называют воздушную оболочку Земли. Полет ракет в околоземном пространстве происходит в пределах более или менее плотных слоев атмосферы, которая определенным образом влияет на характеристики движения ракеты. Например, баллистическая ракета с дальностью полета около 5000 км поднимается над поверхностью Земли до высоты около 1000 км. Чтобы учитывать влияние атмосферы на полет ракет, следует прежде всего знать строение атмосферы и ее свойства.

Многолетние исследования атмосферы сначала с применением аэростатов, самолетов, шаров-зондов, а в последние годы с помощью метеорологических и геофизических ракет, спутников Земли и космических кораблей с человеком на борту, позволивших проникнуть в самые высокие ее слои, накопили много данных, объясняющих строение земной атмосферы и ее свойства. И хотя не все еще ясно и процесс исследования атмосферы продолжается, для решения задач теории полета можно сделать определенные выводы о строении и свойствах воздушной оболочки Земли.

Для изучения законов распределения метеоэлементов на высотах до 25 км нашел широкое применение метод зондирования атмосферы с помощью радиозондов, прикрепляемых к шару, наполненному водородом. Радиозонд — датчик температуры, давления, а иногда и датчик влажности. Сигналы температуры, давления, влажности передаются кодом с помощью радиопередатчика. После дешифрирования этих сигналов получают опытные зависимости для температуры, давления, влажности.

Закон изменения давления с высотой, определяемый по барометрической формуле (2.29) с достаточной для практики точностью, согласуется с опытными данными.

В связи с этим часто ограничиваются измерением температуры на различных высотах, а давление и плотность воздуха рассчитывают по теоретическим зависимостям (2.29) и (2.31). Частичные опытные данные можно получить измерениями температуры и давления с помощью самолетов, на которых устанавливаются необходимые приборы. Но этот метод не имеет широкого

применения, так как требует много времени на измерения, ограничена высота полетов и др.

Вторым широко применяемым методом является метод зондирования атмосферы с помощью метеорологических ракет.

Температура атмосферы при этом измеряется термометрами сопротивления, а давление — манометрами соответствующего диапазона давлений. На заданной высоте головная часть ракеты с измерительной аппаратурой отделяется от ракеты и спускается на парашютах. При снижении головной части датчики фиксируют изменение давления, температуры, а аппаратура передает полученные данные на Землю. Затем учитывается влияние взаимодействия головной части с атмосферой. Используя уравнение состояния газа, барометрические формулы, а также законы динамики газов, по формулам времени $[T(t), p(t)]$ находят зависимости для температуры и давления в функции высоты.

Исследование верхних слоев атмосферы требует измерения координат головной части для различных моментов времени, чтобы можно было функции времени $[T(t), p(t)]$ перевести в функции высоты $[T(y), p(y)]$.

Этим методом изучена стратосфера до высоты примерно 80 км.

Третий метод основан на использовании геофизических ракет и искусственных спутников Земли.

Этот метод применяется для исследования ионосферы (для высот, больших 80—100 км). Изучение ионосферы осуществляется различными способами. Для измерения давления и плотности атмосферы применяют манометры, позволяющие определять давление от атмосферного до 10^{-9} мм рт. ст.

При исследовании атмосферы на высотах около 450 км применяется также метод анализа диффузии паров натрия, выпускаемых с ракеты.

Состоит атмосфера в основном из сухого воздуха и воды. Сухой воздух — это смесь азота (~78%), кислорода (~21%), аргона (~0,94%) и прочих газов (водород, гелий, углекислый газ и др.).

Всю толщу атмосферы можно условно разделить на ряд слоев с отличными друг от друга свойствами. Нижняя часть атмосферы называется тропосферой. Тропосфера простирается от поверхности Земли до та-

ких высот, где температура воздуха с высотой перестает понижаться. Понижение температуры с высотой можно объяснить следующим образом. Сухой воздух почти прозрачен для солнечных лучей и нагревается в основном за счет тепла Земли, поэтому, чем дальше от поверхности Земли, тем меньше температура воздуха. На границе тропосферы тепловое излучение Земли перестает сказываться, а температура понижаться. Граница тропосферы зависит от широты и долготы и от времени года. Так, среднегодовая высота тропосферы над экватором примерно 17 км, а над полюсом, где поверхность Земли более холодная, около 8 км. Летом, когда Земля отдает воздуху больше тепла, высота тропосферы выше, а зимой — ниже. На широтах около 45° высота тропосферы составляет в среднем 11—12 км.

Однако иногда температура воздуха с подъемом от поверхности Земли сначала увеличивается, а затем уже начинает уменьшаться. Это явление называется температурной инверсией и бывает зимой утром или даже летом после холодной ночи, когда Земля за ночь так сильно охлаждается, что не отдает тепло, а, наоборот, получает его от прилежащих к ее поверхности слоев воздуха и охлаждает их.

В тропосфере находится большая часть массы воздуха (до высот 10 км эта часть составляет примерно 75%) и почти вся влага атмосферы. Поэтому в тропосфере образуются облака, выпадают осадки, происходит интенсивное перемешивание воздуха, дуют ветры как в горизонтальном, так и в вертикальном направлении (восходящие и исходящие потоки воздуха). Это приводит к большой нестабильности свойств тропосферы не только по времени года, но и в малые промежутки времени.

Непосредственно над тропосферой расположен слой тропопаузы (субстратосферы) — переходный слой между тропосферой и стратосферой; толщина его 1—2 км.

Далее следует слой воздуха, называемый стратосферой и простирающийся до высот порядка 80 км. Характеризуется стратосфера почти полным отсутствием влажности, ветры дуют с востока на запад, т. е. против вращения Земли, и почти постоянны по направлению. Температура в стратосфере изменяется интенсивно только в слое на высоте от 35 до 50 км, где есть

озон, который поглощает часть коротковолнового излучения Солнца. От этого температура воздуха повышается иногда до величины $+100^{\circ}\text{C}$, тогда как в среднем в стратосфере она составляет -85°C на экваторе и -45°C у полюсов.

Над стратосферой располагается ионосфера. Содержит она всего около 0,5% всей массы воздуха атмосферы. В ионосфере воздух сильно разрежен. В таком состоянии воздух поглощает главную часть коротковолнового излучения Солнца и его температура достигает 1500° и более днем, а ночью значительно понижается. Такие колебания температуры сопровождаются большими вертикальными перемещениями воздуха. В ионосфере происходят свечения ночного неба и полярные сияния. Например, на высоте порядка 370 км наблюдается колышущаяся завеса лучей. Эти явления имеют электромагнитный характер, так как от взаимодействия с солнечным излучением воздух ионизируется. Природа их до конца пока не выяснена.

Влияние ионосферы на полет ракет невелико. Сопротивление воздуха достигает лишь нескольких граммов на один квадратный метр поперечного сечения ракеты. Поэтому в расчетах траекторий ракет дальнего действия, начиная с высот порядка 120—150 км (а иногда и меньших), сопротивление воздуха не учитывают. Но даже небольшая плотность воздуха при длительном полете тела может заметно снизить его скорость. Например, многовитковый полет спутников в верхних слоях атмосферы приводит к такому уменьшению их скорости, при котором спутники входят в плотные слои атмосферы и сгорают, если не приняты меры защиты.

Нагрев ракеты в ионосфере от взаимодействия с воздухом невелик. Несмотря на высокие температуры воздуха, количество его в ионосфере столь мало, что воздействие молекул на поверхность ракеты существенного нагрева не вызывает.

Верхние слои ионосферы, расположенные выше 800 км, называют сферой рассеивания (диссиации). Сферой рассеивания и заканчивается атмосфера. Верхнюю границу атмосферы трудно точно определить. В настоящее время полагают, что она находится на высоте около 3000 км. В пределах сферы рассеивания разрежение столь велико, что до соударения друг

с другом молекулы воздуха пролетают очень большие расстояния. Другими словами, длина свободного пробега молекул очень велика и достигает нескольких сотен метров и более. При этом скорости отдельных молекул могут быть такими большими, что эти молекулы покинут поле земного притяжения и уйдут в космическое пространство.

Воздух, как и любой другой газ, характеризуется давлением, плотностью и температурой. Кроме того, поскольку в атмосфере присутствует влага (пары воды), то для характеристики свойств влажного воздуха необходимо еще добавлять содержание паров воды в единице объема сухого воздуха.

Все эти параметры, характеризующие свойства атмосферы, изменяются и с высотой, и со временем. Изучением закономерностей изменения атмосферы и прогнозами ее состояния занимается наука, называемая метеорологией. Теория полета без даних метеорологии не позволит точно рассчитать траекторию ракеты, предсказать рассеивание траекторий при стрельбе многими одинаковыми ракетами.

В метеорологии давление в воздухе измеряется в миллиметрах ртутиного столба (мм рт. ст.) и называется барометрическим, а его величина обозначается буквой h . Связь между барометрическим давлением h в мм рт. ст. и давлением p в kG/m^2 дается следующей формулой

$$p = \frac{10333}{760} \cdot h = 13,6h. \quad (2.20)$$

В газах давление, температура и плотность не могут изменяться произвольно и подчиняются уравнению состояния. Для сухого воздуха в пределах атмосферы справедливо следующее уравнение состояния:

$$\frac{P_1}{\Pi_1} = RT, \quad (2.21)$$

где Π_1 — весовая плотность сухого воздуха (удельный вес) в kG/m^3 ;

T — температура сухого воздуха в абсолютных градусах ($^{\circ}\text{K}$);

R — газовая постоянная сухого воздуха, равная $29,27 \text{ kG} \cdot \text{м}/\text{kG} \cdot \text{град}$.

Заменив в формуле (2.21) значение P_1 барометрическим h_1 и используя формулу (2.20), получим

$$P_1 = 13,6 \cdot \frac{h_1}{RT}. \quad (2.22)$$

Давление, под которым находится влажный воздух (смесь сухого воздуха и паров воды), по закону Дальтона равно сумме парциальных давлений сухого воздуха и водяного пара (парциальным давлением называется давление, которое было бы в объеме, занимаемом смесью газов, если бы он был занят только одним газом смеси).

Если обозначить парциальное давление водяного пара e , то барометрическое давление во влажном воздухе h будет

$$h = h_1 + e. \quad (2.23)$$

Уравнение состояния для водяного пара можно записать так:

$$P_2 = 13,6 \frac{e}{R_2 T}, \quad (2.24)$$

где P_2 — удельный вес водяного пара в kG/m^3 ;

R_2 — газовая постоянная водяного пара.

Температуры водяного пара и сухого воздуха будут одинаковыми, так как они перемешаны, образуя влажный воздух.

Удельный вес влажного воздуха P складывается из удельных весов сухого воздуха и водяного пара, т. е.

$$P = P_1 + P_2.$$

Подставив значения P_1 и P_2 из формул (2.22) и (2.24) и учитывая формулу (2.23), а также то, что $R_2 \cong \frac{8}{5} R$, получим

$$P = \frac{13,6 h}{RT} \left(1 - \frac{3}{8} \frac{e}{h} \right). \quad (2.25)$$

Для удобства учета влияния влажности воздуха в расчетах вводят понятие о виртуальной температуре:

$$\tau = \frac{T}{1 - \frac{3}{8} \frac{e}{h}}. \quad (2.26)$$

Это температура сухого воздуха, у которого такие же h и P , как у влажного. Равенство (2.25) с введением виртуальной температуры упрощается:

$$P = 13,6 \cdot \frac{h}{R_t}. \quad (2.27)$$

Если учесть, что метеорологи дают сразу значение виртуальной температуры, учитывающей влажность воздуха, то станет поистине удобство введения понятия виртуальной температуры: не надо в расчетах траекторий учитывать непосредственно влажность воздуха. Состояние атмосферы воздуха при этом вполне определяется барометрическим давлением h , удельным весом P , виртуальной температурой t , а также скоростью и направлением ветра.

§ 4. ОСРЕДНЕНИЕ МЕТЕОФАКТОРОВ И СТАНДАРТНЫЕ АТМОСФЕРЫ

Параметры атмосферы (или, как говорят, метеофакторы) изменяются по времени. Эти изменения происходят не только по времени года, не только при смене дня и ночи, но и в более короткие промежутки времени, измеряемые часами и минутами. Особенно изменчив ветер. Порывы ветра в нижних слоях тропосферы за 1—2 сек резко изменяют и скорость, и направление потоков воздуха. В верхних слоях тропосферы наблюдаются струйные течения воздуха, попадая в которые ракета будет двигаться в условиях, отличающихся от предшествующих.

Каким же образом учитывать влияние атмосферы на полет ракеты, если ее параметры все время изменяются? Прежде всего необходимо найти на каждой высоте над поверхностью Земли средние значения параметров атмосферы: давления, температуры, плотности и пр., около которых происходят их изменения, а затем заменить все переменные значения параметров атмосферы их средними постоянными значениями. Такая идеализированная атмосфера с определенным для каждой высоты метеофакторами своих свойств со временем изменять не будет. Это позволяет сравнивать данные любых расчетов траекторий, проводимых для такой идеализированной атмосферы, выявить влияние тех или иных

изменений на полет ракеты. Что же касается результатов этих расчетов, то они будут средними, наиболее вероятными. Влияние отклонения метеоусловий от типовых учитывается в теории поправок.

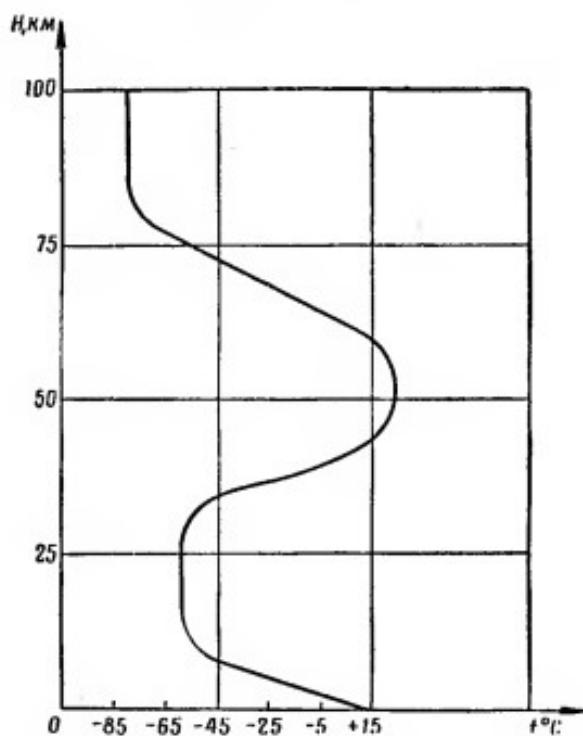


Рис. 12. График изменения виртуальной температуры по высоте земной атмосферы

В расчетах применяется нормальная артиллерийская, международная стандартная атмосфера и времененная стандартная атмосфера. Рассмотрим их свойства и особенности.

Нормальная артиллерийская атмосфера (НАА) учитывает влажность воздуха, что особенно важно при стрельбе неуправляемыми ракетами (снарядами) на сравнительно небольшие дальности.

На уровне моря в нормальной артиллерийской атмосфере (НАА) принято:

$$h_{ON} = 750 \text{ мм рт. ст.};$$

$$\bar{\rho}_{ON} = 1,206 \text{ кг/м}^3;$$

$e_{ON} = 6,35 \text{ мм рт. ст.}$ (50% относительной влажности);

$$\tau_{ON} = 288,9^\circ\text{K}$$
 (или $+15^\circ\text{C}$).

Здесь индекс «0» означает, что все величины замерены на уровне моря, а индекс «N» указывает на то, что они принадлежат к нормальной артиллерийской атмосфере (НАА).

В НАА, как и в других стандартных атмосферах, считается, что по всей своей толщине воздух неподвижен, т. е. ветра нет.

Изменение определяющего параметра (виртуальной температуры) с высотой изображено на рис. 12 и соответствует примерному среднегодовому распределению ее по толщине атмосферы. Нормальная артиллерийская атмосфера была разработана до высот 30 км. Поскольку на высотах более 30 км влажность воздуха мала, то значения виртуальной температуры и обычной температуры практически совпадают.

На рис. 12 на высотах выше 30 км приведены данные более поздних исследований. Виртуальная температура названа определяющим параметром потому, что позволяет из условий вертикального равновесия атмосферы найти изменение барометрического давления с высотой, а потом с помощью уравнения состояния — закон изменения удельного веса воздуха. Покажем, как это делается.

Рассмотрим прежде всего условия вертикального равновесия атмосферы. Для этого на высоте y над уровнем моря выделим бесконечно малый элемент воздуха толщиной dy (дифференциал y) с площадью основания S (рис. 13). Снизу на этот элемент действует давление p , а сверху $p+dp$, где dp — бесконечно малое изменение давления, происходящее при изменении высоты на бесконечно малое расстояние dy .

Условием вертикального равновесия является равен-

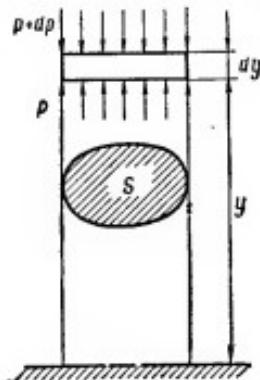


Рис. 13. Схема вывода условия вертикального равновесия атмосферы

ство веса выделенного элемента воздуха разности сил давления на него снизу и сверху, т. е.

$$\Pi S dy = pS - (p + dp)S.$$

Сокращая на S и приводя подобные члены, получим

$$\Pi dy = -dp. \quad (2.28)$$

Подставив в формулу (2.28) значение Π и p из выражений (2.27) и (2.20), получим

$$13,6 \cdot \frac{h dy}{R\tau} = 13,6 dh,$$

т. е.

$$\frac{dh}{h} = -\frac{dy}{R\tau}.$$

Это простейшее дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными. Решая это уравнение, получим

$$\frac{h}{h_{0N}} = e^{-\int_0^y \frac{dy}{R\tau}}. \quad (2.29)$$

Зная $\tau(y)$ из графика на рис. 12, мы сможем найти по формуле (2.29) $h/h_{0N} = \Pi(y)$. График функции $\Pi(y)$ приведен на рис. 14. Из графика видно, что барометрическое давление с высотой непрерывно уменьшается.

Затем с помощью уравнения состояния (2.27) получим закон изменения удельного веса воздуха по толщине атмосферы. Действительно, зная, как изменяется τ , а также h с высотой, из формулы (2.27) получим (при $y=0$)

$$\Pi_{0N} = \frac{13,6 h_{0N}}{R\tau_{0N}}. \quad (2.30)$$

Деление формулы (2.27) на формулу (2.30) дает

$$\frac{\Pi}{\Pi_{0N}} = \frac{h}{h_{0N}} \cdot \frac{\tau_{0N}}{\tau}. \quad (2.31)$$

Эта функция обозначается $H(y) = \frac{\Pi}{\Pi_{0N}}$. График ее, полученный расчетом по формуле (2.31), также приведен на рис. 14.

Перейдем к рассмотрению особенностей международной стандартной атмосферы (МСА). От НАА она отличается неучетом влажности воздуха, а также некоторыми значениями параметров воздуха на уровне моря. В МСА принято: $T_0 = 288^\circ\text{K}$; $\rho_0 = 0,125 \text{ кГ} \cdot \text{сек}^2/\text{м}^4$

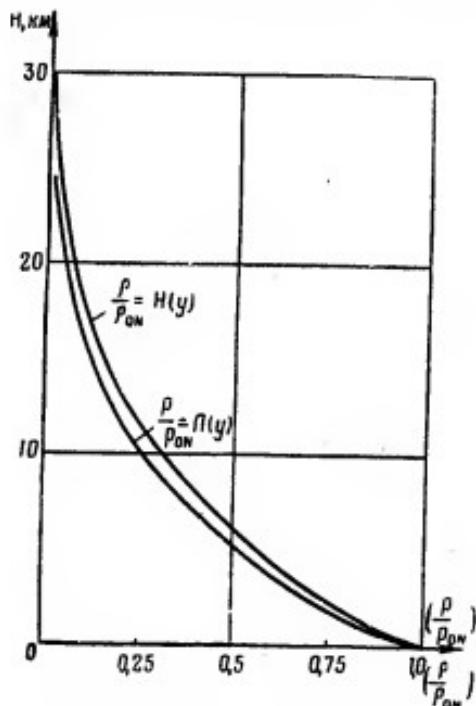


Рис. 14. График функций $\Pi(y)$ и $H(y)$ — безмерных давления и плотности от высоты земной атмосферы над уровнем моря

(это соответствует $\Pi_0 = 1,255 \text{ кГ}/\text{м}^3$; $\rho_0 = 1,0333 \text{ кГ}/\text{см}^2$ (или 760 мм рт. ст.).

На высоте 11 км над уровнем моря график T_y в МСА имеет угловую точку, что неудобно при выполнении расчета траекторий численным методом. В остальном характер изменения температуры, а также давления и плотности воздуха с высотой остается таким же, как и НАА, а поэтому приводить графики этих функций нет необходимости.

Выполняя расчеты траекторий ракет, необходимо применять таблицы для $T(y)$, $H(y)$, $\Pi(y)$, которые приведены в книгах [13], [26] и в другой литературе.

Временная стандартная атмосфера ВСА-60 содержит распределение по высоте средних значений основных термодинамических параметров и других физических характеристик атмосферы для высот до 200 км.

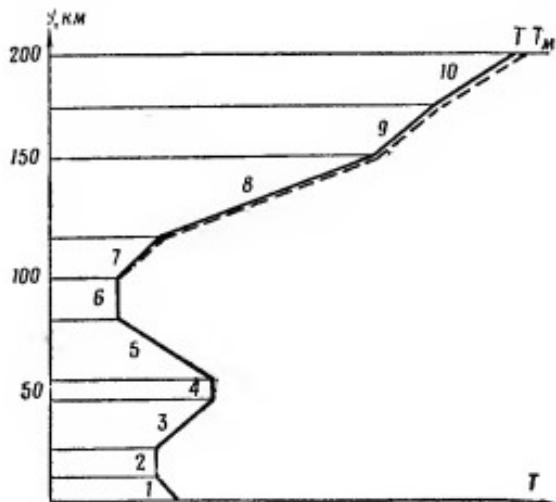


Рис. 15. Закон изменения температуры с высотой

ВСА-60 отличается от НАА и МСА в основном учетом термодинамических параметров и физических характеристик до высот 200 км.

Таблицы ВСА-60 содержат значения температуры, барометрического давления, плотности, функций давления и плотности, скорости звука, динамического и кинематического коэффициентов вязкости, ускорения силы тяжести, среднего пробега молекул.

Входной величиной в таблицы является высота.

Исходными зависимостями являются законы изменения температуры и молекулярного веса воздуха в зависимости от высоты.

По характеру изменения температуры с высотой атмосфера делится на 10 слоев (рис. 15), в каждом из ко-

торых принимается линейное изменение «молекулярной» температуры по так называемой геопотенциальной высоте Φ , определяемой из уравнения

$$\frac{d\Phi}{dy} = \frac{g_t}{g_{t_0}}. \quad (2.32)$$

Отличие состоит в величине градиента температуры

$$a_m = \frac{dT_m}{d\Phi} \text{ (град/м).}$$

Кинетическая температура связана с молекулярной зависимостью

$$T = T_m \cdot \frac{M}{M_0},$$

где M_0 и M — молекулярный вес воздуха на уровне моря и на высоте y .

Для $y = 0 - 95$ км принимается $M = \text{const} = 28,966 \text{ г/моль} = M_0$ (поэтому до 95 км $T = T_m$). На высотах более 95 км вследствие диссоциации кислорода молекулярный вес изменяется по закону

$$M = 23 + \frac{5,966}{145000} \sqrt{145000^2 - (y - 95000)^2}$$

(при $y = 200$ км $M = 27,114 \text{ г/моль}$).

На этих высотах T_m считают по формуле

$$T_m = T_{m_*} + a_m (\Phi - \Phi_*),$$

где Φ_* и T_{m_*} соответствуют нижней границе слоя, в пределах которого значение градиента a_m постоянно.

Изменение давления с высотой определяется уравнением вертикального равновесия атмосферы. Считая воздух идеальным газом и учитывая изменение g_t с высотой, будем иметь

$$\frac{dh}{h} = \frac{dp}{p} = - \frac{g_t}{g_{t_0} R T} \cdot dy. \quad (2.33)$$

Но так как ускорение g_t зависит от высоты (2.16), вводят функцию Φ .

Подставляя в формулу (2.32) значение g_t из выра-

жения (2.16) и интегрируя от 0 до y , получим формулу для пересчета y на Φ :

$$\Phi = \frac{R_3 y}{R_3 + y}, \quad (2.34)$$

где R_3 — средний радиус земли.

Из формулы (2.33) с учетом выражения (2.32) будем иметь

$$\frac{dp}{p} = -\frac{1}{RT} d\Phi. \quad (2.35)$$

Интегрируя выражение (2.35), получим формулы для давления:

— в изотермическом слое (в таком, как (2.4 и т. д.) на рис. 15):

$$\lg p = \lg p_* - 0,434294 \frac{1}{RT} (\Phi - \Phi_*);$$

— в слое с температурой, изменяющейся по линейному закону (1.3 и т. д.):

$$\lg p = \lg p_* - \frac{1}{a_m R} \lg \frac{T_{m_*} + a_m (\Phi - \Phi_*)}{T_{m_*}},$$

где p_* — давление на нижней границе слоя.

Формулы для плотности аналогичны.

Динамический коэффициент вязкости определяется для высот до 90 км по формуле Сёзерленда:

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T_*}{T_0} \right)^{1/2} \frac{T_0 + 110,4}{T + 110,4},$$

где $T_0 = 273,16^\circ K$;

и при $T = T_0$.

Скорость звука находится из выражения

$$a = \sqrt{kgRT} = 20,0463 \sqrt{T} \text{ м/сек.}$$

Начальные значения характеристик атмосферы (на уровне моря) определяются на основании экспериментов и теоретических зависимостей:

$p_0 = 1,03323 \text{ кГ/см}^2 = 760 \text{ мм рт. ст.}$ на широте $45^\circ 32' 40''$ при температуре $T = 273,16^\circ K$ и весовой плотности $13,595 \text{ г/см}^3$; $T_0 = 288,16^\circ K$; $M_0 = 28,966 \text{ г/моль}$; $\mu_0 = 175 \cdot 10^{-6} \text{ кГ} \cdot \text{сек}/\text{м}^4$; $g_0 = 9,80665 \text{ м/сек}^2$; $R = 29,27 \text{ кГм/кГ} \cdot \text{град}$.

§ 5. ВЛИЯНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ МЕТЕОФАКТОРОВ НА ПОЛЕТ РАКЕТ

Рассмотрим качественное влияние изменения метеофакторов в различных точках траектории на полет ракеты.

Прежде всего остановимся на влиянии плотности воздуха ρ (или его удельного веса P) на полет ракет. Увеличение плотности воздуха приводит к возрастанию значения всех аэродинамических сил и моментов (в том

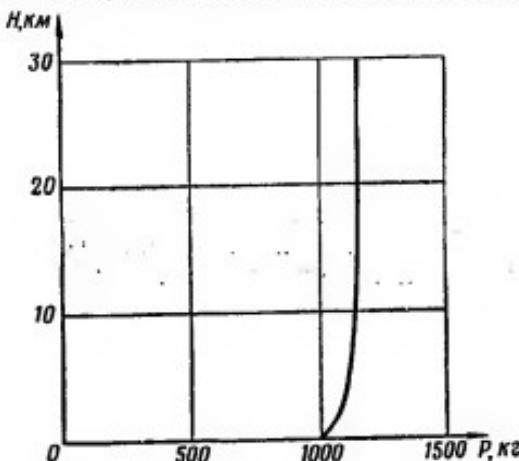


Рис. 16. График изменения силы тяги с высотой

числе силы сопротивления полету ракеты). Увеличение силы сопротивления полету ракеты вызовет уменьшение скорости полета, а следовательно, и дальности. С увеличением плотности воздуха, кроме того, будут быстрее затухать колебания ракеты вокруг центра массы, вызванные какими-либо причинами (толчок при старте, порыв ветра и пр.).

Теперь выясним влияние изменения давления воздуха на полет ракет. Давление воздуха непосредственно влияет на величину силы тяги. Уменьшение давления воздуха увеличивает статическую составляющую силы тяги, т. е. второе слагаемое в выражении (1.12). Если вспомнить, что с высотой давление воздуха быстро уменьшается, то станет понятным, почему сила тяги растет по мере подъема ракеты вверх (рис. 16).

Сравнительно небольшое увеличение силы тяги объясняется тем, что второе слагаемое в выражении (1.12), зависящее от давления воздуха, не превышает 10—15% величины силы тяги.

Влияние изменения давления воздуха на полет ракет происходит также через плотность воздуха. Из уравнения состояния воздуха (2.25) видно, что с ростом h (при неизменной температуре T) происходит увеличение удельного веса воздуха \bar{P} (или $\rho = \bar{P}/g$). Поэтому увеличение h , например, уменьшит дальность полета ракеты и, наоборот, если атмосферное давление уменьшается, то уменьшается плотность воздуха, а дальность полета увеличивается.

Посмотрим, как влияет температура воздуха на полет ракет. Это влияние осуществляется по двум путям. Во-первых, через плотность воздуха. Рост температуры (при неизменном давлении), как показывает уравнение состояния (2.25), приводит к уменьшению плотности воздуха, что увеличивает дальность полета ракет. Во-вторых, влияние температуры осуществляется следующим образом. Если температура возрастает, то также возрастает значение скорости звука в воздухе, а так как из физики известно, что скорость звука равна

$$a = \sqrt{\kappa g T},$$

где κ — показатель адиабаты (для воздуха κ равно 1,405).

От скорости звука зависит отношение $\frac{v}{a}$, где v — скорость полета ракеты. Увеличение a уменьшит это отношение. От $\frac{v}{a}$ в свою очередь зависит сила сопротивления воздуха полету ракеты. При малых скоростях полета уменьшение отношения $\frac{v}{a}$ приведет к уменьшению силы сопротивления воздуха и к увеличению дальности полета ракеты, а при больших скоростях полета (как правило, сверхзвуковых), наоборот, уменьшение отношения $\frac{v}{a}$ увеличивает сопротивление воздуха, а дальность полета уменьшает.

Как видим, суммарное влияние температуры на

дальность полета сложное и требует для выявления в каждом конкретном случае числовых расчетов.

Следующий метеофактор — влажность воздуха — также оказывает влияние на полет ракет. Формула (2.26) показывает, что от влажности зависит значение виртуальной температуры. С увеличением влажности виртуальная температура увеличивается. Что происходит с увеличением температуры, мы только что рассмотрели. Добавим лишь следующее. Влажность воздуха изменяется в довольно широких пределах (от 0 до 1,2% содержания паров воды по объему), но это изменяет виртуальную температуру незначительно, менее чем на 1%. Если вспомнить, что влажность в основном сконцентрирована в пределах тропосферы, то станет ясным, почему учитывать влияние влажности следует только при стрельбе ракетами на небольшие дальности, когда большая часть траектории находится в пределах тропосферы.

Ветер изменяет направление и дальность полета ракеты за счет изменения величины и направления относительной скорости ее движения в воздухе.

Действие ветра на ракету приводит к повороту оси ракеты вокруг центра массы. На активном участке траектории, когда работает реактивный двигатель, с поворотом оси ракеты также повернется направление силы тяги. Следовательно, появится дополнительная боковая составляющая силы тяги, которая будет отклонять ракету в сторону от расчетной траектории.

Таким образом, на активном участке траектории к ракете будут приложены две дополнительные боковые силы: аэродинамическая, созданная непосредственно ветром, и газодинамическая, являющаяся частью силы тяги и обусловленная поворотом оси ракеты от ветра. Рассмотрим влияние бокового ветра на полет ракеты на активном участке траектории и на участке свободного полета на примере ракеты, у которой центр массы *A* находится ближе к головной части, чем точка *B* приложения равнодействующей аэродинамических сил (рис. 17).

На активном участке траектории непосредственное воздействие бокового ветра со скоростью $\bar{W}_{бок}$ на ракету создает дополнительную аэродинамическую силу $R_{бок}$, приложенную в точке *B*. Эта сила эквива-

лентна силе $R_{бок}$, приложенной в центре массы A ракеты, и паре сил, образующей момент $M_{бок}$ (приведение силы $R_{бок}$ к точке A). Этот момент вызовет поворот оси ракеты на некоторый угол $\Delta\phi$ относительно касательной к траектории. На такой же угол повернется линия действия силы тяги P . Разложим силу P на две составляющие: $P_{кас}$ — по направлению касательной к траектории и $P_{бок}$ — по перпендикуляру к этой касательной.

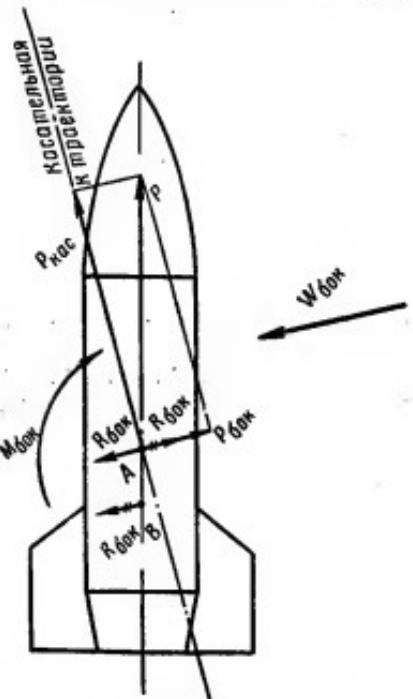
Из рис. 17 видно, что силы $R_{бок}$ и $P_{бок}$ приложены в точке A и направлены в разные стороны. Чтобы ракета разгонялась, сила тяги должна быть больше аэродинамических сил сопротивления. Поэтому получается, что $P_{бок} > R_{бок}$ и от действия ветра ракета будет отклоняться в ту сторону, откуда дует ветер, т. е. против ветра.

Иная картина будет на участке свободного полета: где нет силы тяги, там нет и $P_{бок}$, поэтому ракета будет

Рис. 17. Схема силового нагружения ракеты от действия бокового ветра со скоростью $W_{бок}$

отклоняться под действием силы $R_{бок}$ в ту сторону, в которую дует ветер, т. е. по ветру. Точные расчеты показывают, что при одинаковом боковом ветре по всей траектории боковое отклонение ракеты за счет действия ветра на активном участке траектории может быть даже в несколько раз больше, чем на участке свободного полета, и, хотя отклонение происходит в разные стороны, все равно точка падения ракеты будет отклонена от плоскости стрельбы в ту сторону, в которую дует ветер.

Кроме боковой составляющей ветра, на ракету дей-



ствует и продольная составляющая, направленная по касательной к траектории ракеты по движению или на встречу ветру. Влияние этой продольной составляющей на полет ракеты очевидно: она увеличивает скорость и дальность полета ракеты, если направлена по движению, и уменьшает их, если действует против направления полета ракеты.

Следует при этом оговориться, что, представляя любой ветер двумя составляющими: боковой и продольной, считаем, что боковая составляющая может находиться в любой плоскости (горизонтальной, наклонной), лишь бы только она была перпендикулярна касательной к траектории ракеты. Такое разложение ветра на две составляющие удобно для выявления качественного влияния его на полет ракеты.

Рассмотрев влияние поля тяготения Земли и ее атмосферы на полет ракет, перейдем к подробному изучению одной из основных сил, приложенных к ракете,— силы сопротивления воздуха, которая весьма существенно изменяет параметры ее движения по траектории.

ГЛАВА III

ВЛИЯНИЕ СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВОЗДУХА НА ПОЛЕТ РАКЕТ

§ 1. АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ СИЛЫ И МОМЕНТЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА РАКЕТУ В ПОЛЕТЕ, И ИХ КОЭФФИЦИЕНТЫ

В первой главе кратко охарактеризованы все силы, действующие на ракету, и среди них сила сопротивления воздуха. Теперь рассмотрим подробнее эту силу и влияние, которое она оказывает на полет ракет.

Сила аэродинамического сопротивления R складывается из сил давления воздуха, направленных по нормали к поверхности ракеты, и сил трения воздуха об эту поверхность и касательных к ней. Эта равнодействующая сила R приложена к ракете в точке, которую называют центром давления (точка D на рис. 18). Обычно центр давления не совпадает с центром массы ракеты. Если привести силу аэродинамического сопротивления к центру массы ра�акеты, как это было сделано во второй главе, добавив в центре массы A две силы R' и R'' , равные по величине R , параллельные ей и направленные в противоположные стороны, то действие R на ракету будет такое же, как действие силы $R' = R$ и момента M_a , образованного парой сил $R - R''$. Силу R' , приложенную в центре массы ракеты, называют главным вектором аэродинамических сил, а момент M_a — главным моментом аэродинамических сил. Основное действие главного вектора аэродинамических сил заключается в уменьшении скорости полета ракеты. Под действием же главного мо-

мента аэродинамических сил происходит вращательное движение ракеты вокруг центра ее массы.

Как определить величину, направление и точку приложения R ? Непосредственное суммирование непрерывно распределенных по поверхности ракеты сил трения и давления весьма сложно и трудоемко, так как для этого надо знать закон распределения всех этих сил и произвести сложные расчеты.

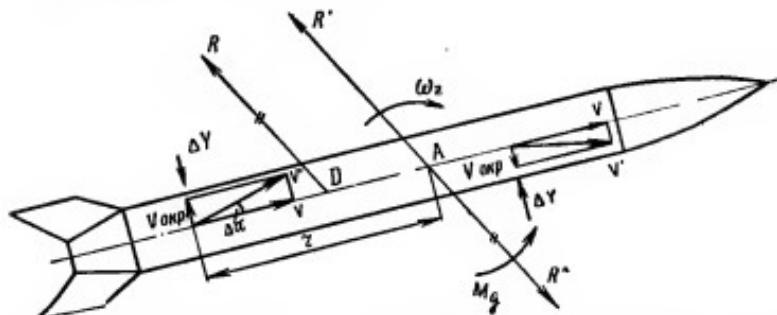


Рис. 18. Схема приведения силы сопротивления воздуха к центру массы ракеты A

Прежде всего найдем общую формулу для силы сопротивления воздуха. Из физических соображений было установлено, что сила сопротивления воздуха зависит от формы и размеров ракеты, скорости ее полета и вращения вокруг центра массы, от плотности воздуха и его вязкости, от скорости звука в воздухе, определяемой его температурой и влияющей на распространение возмущений в воздухе, а также от положения ракеты на траектории, т. е.

$$R = f(v, d, \rho, \mu, a, \omega, \alpha, \beta), \quad (3.1)$$

где v — скорость полета ракеты;

d — характерный размер ракеты (например, калибр);

ρ — плотность воздуха;

μ — коэффициент вязкости воздуха;

a — скорость звука в воздухе;

ω — мгновенная угловая скорость вращательного движения ракеты вокруг центра массы;

α — угол атаки;

β — угол скольжения.

В формуле (3.1) считали процесс обтекания ракеты воздухом установившимся и не учли влияния на R теплопотери от воздуха к поверхности и некоторых других факторов, незначительно изменяющих величину силы сопротивления воздуха. Форма ракеты определяет конкретный вид формулы (3.1)

Опыты подтверждают, что имеется такая функциональная зависимость (3.1). Однако она неудобна, так как имеет слишком много независимых переменных. Можно ли уменьшить число параметров, от которых зависит R ? Да, отвечает теория размерности и подобия. Эта теория призвана давать предварительные сведения для качественно-теоретического анализа сложных физических явлений, для которых либо нет ясной схемы, описываемой математическими зависимостями, либо, если такая схема есть, решение математических зависимостей, ее описывающих, наталкивается на неразрешимые трудности. С помощью теории размерности и подобия удалось не только преобразовать вид функциональной зависимости (3.1) так, что независимые переменные стали безразмерными, но и уменьшить их на три. В результате получилась формула

$$R = \frac{\rho v^2}{2} \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \varphi \left(\frac{vd\rho}{\mu} ; \frac{v}{a} ; \frac{\omega d}{v} ; \alpha ; \beta \right), \quad (3.2)$$

где φ — знак некоторой функциональной зависимости.
В общем случае:

$$R = q S C_R, \quad (3.3)$$

где $q = \frac{\rho v^2}{2}$ — скоростной напор;

$S = \frac{\pi d^2}{4}$ — площадь миделева сечения ракеты;

$\frac{v}{a}$ — число M ;

C_R — безразмерный аэродинамический коэффициент, зависящий от ряда факторов (M , α , β и др.).

Опыты показывают, что в отдельных случаях факторы $\frac{vd\rho}{\mu}$, $\frac{\omega d}{v}$, α и β слабо влияют на R и их можно

не учитывать. Например, в теории полета широко распространена следующая формула, полученная в предположении совпадения продольной оси ракеты с касательной к траектории:

$$R = \frac{\rho v^2}{2} \cdot SC_x \left(\frac{v}{a} \right), \quad (3.4)$$

где $SC_x \left(\frac{v}{a} \right)$ или $C_x(M)$ — коэффициент (иногда функция) лобового сопротивления.

Однако теория размерности и подобия бессильна определить конкретно вид функциональной зависимости C_R или C_x ; он различен для тел различной формы и может определяться либо опытами, либо теоретически по приближенной схеме физических явлений при обтекании ракеты воздухом (последнее удается редко).

Исследование с помощью теории размерности и подобия позволило получить следующую формулу для величины главного момента аэродинамических сил M_a :

$$M_a = qSmI, \quad (3.5)$$

где, кроме ранее обозначенных величин, I — характерный размер ракеты (например, длина); m — безразмерный аэродинамический коэффициент, зависящий от формы ракеты, ее положения на траектории, скорости вращательного движения и пр.

Зависимости (3.3) и (3.5) пригодны и для отдельных составляющих R и M_a .

Разложим главный вектор аэродинамических сил на составляющие вдоль осей поточных (X, Y, Z) и связанных (X_1, Y_1, Z_1) систем координат (рис. 19). Эти составляющие имеют следующие названия:

а) в поточной системе координат:

X — лобовое сопротивление; Y — подъемная сила;
 Z — боковая сила;

б) в связанной системе координат:

X_1 — продольная сила; Y_1 — нормальная сила; Z_1 — боковая сила.

Составляющие главного момента аэродинамических сил в поточной и связанный системах имеют следующие

обозначения: M_x и M_{x_1} — моменты крена соответственно в поточной и связанной системах координат; M_y и M_{y_1} — моменты рыскания; M_z и M_{z_1} — моменты тангажа (иногда их называют продольными моментами).

Зная составляющие \bar{R} или \bar{M}_a в любой системе координат, легко находим их значения. Например:

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}.$$

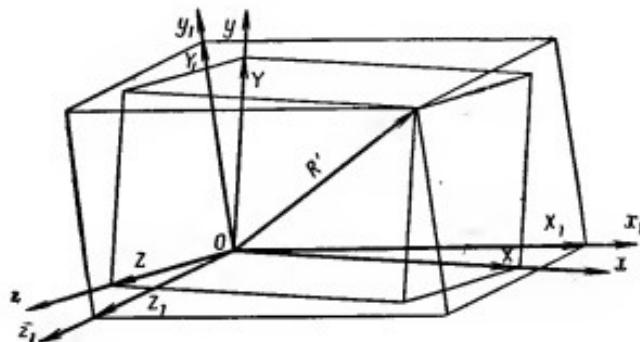


Рис. 19. Разложение главного вектора аэродинамических сил \bar{R} на составляющие в связанный и поточной системах координат

Направления R и M определяются по трем значениям углов, которые можно подсчитать по формулам:

$$\cos(x, R) = \frac{X}{R};$$

$$\cos(y, R) = \frac{Y}{R};$$

$$\cos(z, R) = \frac{Z}{R},$$

или

$$\cos(x_1, \bar{M}) = \frac{M_{x_1}}{M_a};$$

$$\cos(y_1, \bar{M}) = \frac{M_{y_1}}{M_a};$$

$$\cos(z_1, \bar{M}) = \frac{M_{z_1}}{M_a}.$$

Поскольку названия части составляющих \bar{R} и \bar{M} совпадают, то обязательно надо приводить не только величины этих составляющих, но и оговаривать, к какой системе координат они относятся.

В аэродинамических расчетах удобнее иметь дело не с составляющими сил и моментов, а с их коэффициентами. В соответствии с формулами (3.3) и (3.5) можем считать, что

$$\left. \begin{array}{l} X = C_x qS; \\ Y = C_y qS; \\ Z = C_z qS; \\ M_x = m_x qSl; \\ M_y = m_y qSl; \\ M_z = m_z qSl, \end{array} \right\} \quad (3.6)$$

где C_x , C_y , C_z , m_x , m_y , m_z — соответствующие безразмерные коэффициенты сил и моментов в поточной системе координат.

В связной системе координат составляющие \bar{R} и \bar{M}_a определяются по формулам, аналогичным формулам (3.6), но имеющим индекс 1 в обозначениях составляющих сил и моментов и их коэффициентов.

Названия коэффициентов включают названия тех составляющих сил или моментов, которые они характеризуют. Например: C_x — коэффициент лобового сопротивления; C_{x_1} — коэффициент продольной силы; m_z — коэффициент момента тангажа в поточной системе координат; m_{z_1} — коэффициент момента тангажа в связной системе координат.

Из выражений (3.6) видно, что значения коэффициентов сил и моментов отличаются от значений самих сил и моментов сомножителями qS для сил и qSl для моментов, которые сокращаются в обеих частях равенства (3.7). Поэтому формулы, связывающие силы и моменты, будут такими же и для связи между их коэффициентами. Например, из рис. 19 очевидна зависимость

между составляющими силы R в поточной и связанный системах координат:

$$\begin{aligned} X &= X_1 \cos(x_1, x) + Y_1 \cos(y_1, x) + Z_1 \cos(z_1, x); \\ Y &= X_1 \cos(x_1, y) + Y_1 \cos(y_1, y) + Z_1 \cos(z_1, y); \\ Z &= X_1 \cos(x_1, z) + Y_1 \cos(y_1, z) + Z_1 \cos(z_1, z). \end{aligned}$$

Следовательно, коэффициенты этих сил будут подчиняться следующим аналогичным зависимостям:

$$\left. \begin{aligned} C_x &= C_{x_1} \cos(x_1, x) + C_{y_1} \cos(y_1, x) + C_{z_1} \cos(z_1, x); \\ C_y &= C_{x_1} \cos(x_1, y) + C_{y_1} \cos(y_1, y) + C_{z_1} \cos(z_1, y); \\ C_z &= C_{x_1} \cos(x_1, z) + C_{y_1} \cos(y_1, z) + C_{z_1} \cos(z_1, z). \end{aligned} \right| \quad (3.7)$$

Формулы для коэффициентов моментов будут аналогичны (3.7), в них надо вместо C_{x_1} подставлять m_{x_1} , и т. д.

В дальнейшем будем иметь дело не с силами и моментами, а с их аэродинамическими коэффициентами, помня, что величины самих сил и моментов легко определяются по формуле (3.6).

Следует иметь в виду, что для удобства расчета траекторий управляемых ракет в уравнениях движения (1.16) и (1.17) отдельно учитываются управляющие силы и моменты. Поэтому в таких случаях, определяя аэродинамические коэффициенты, не следует принимать во внимание те поверхности ракеты, которые участвуют в создании управляющих сил.

Для удобства расчета аэродинамические коэффициенты разделяют на отдельные слагаемые.

Коэффициент лобового сопротивления ракеты

$$C_x = C_{x_f} + C_{x_p} + C_{x_t} + C_{x_d}, \quad (3.8)$$

где C_{x_f} — коэффициент трения, определяющий долю сил трения в лобовом сопротивлении ракеты;

C_{x_p} — коэффициент сопротивления от давления по нормали к поверхности ракеты; в случае полета ракеты со сверхзвуковой скоростью $C_{x_p} = C_{x_w}$ коэффициент волнистого со-

противления, называемый так из-за возникновения ударных волн;

C_{x_1} — коэффициент индуктивного сопротивления;

C_{x_2} — коэффициент донного сопротивления.

Поясним физический смысл коэффициентов донного и индуктивного сопротивлений. За летящей ракетой в донной ее части образуется область пониженного давления по сравнению с давлением окружающего воздуха. Это происходит из-за отрыва потока от поверхности суживающейся части ракеты, который сопровождается энергичным вихреобразованием.

Существование в хвостовой части ракеты зоны пониженного давления увеличивает общее сопротивление воздуха, так как при определении аэродинамических сил (а следовательно, и их коэффициентов) учитывается разность давлений в возмущенном и невозмущенном воздухе, т. е. так называемое избыточное давление. В случае отрыва потока в хвостовой части ракеты избыточное давление получается отрицательным (образуется вакуум) и сопротивление воздуха движению ракеты растет. Давление невозмущенного воздуха учитывается в формуле силы тяги реактивного двигателя (1.10).

Если ракета имеет крыло или оперение, то заметно проявляется влияние подъемной силы на силу лобового сопротивления, которое приводит к созданию индуктивного сопротивления. Это происходит потому, что вектор подъемной силы ракеты Y поворачивается против направления полета на некоторый угол и дает составляющую X_i — индуктивного сопротивления (рис. 20, в). Поворот вызван добавочной скоростью, наведенной (индуцируемой) вихревыми «усами», сошедшими с крыла под действием набегающего потока (рис. 20, а). Эти вихри, как показали Н. Е. Жуковский и С. А. Чаплыгин, возникают при обтекании крыла потоком воздуха. Индуцированная скорость направлена вниз от поверхности крыла и, складываясь со скоростью набегающего потока, скашивает его вниз (рис. 20, б). Это изменяет угол атаки, приводит к повороту вектора подъемной силы и созданию индуктивного сопротивления.

Коэффициент силы индуктивного сопротивления, как

показывают расчеты и подтверждают опыты, можно определить так:

$$C_{x_i} = \frac{C_y^2}{\pi \lambda}, \quad (3.9)$$

где $\lambda = \frac{l^2}{S}$ — удлинение крыла;

l — размах крыла;

S — площадь крыла в плане.

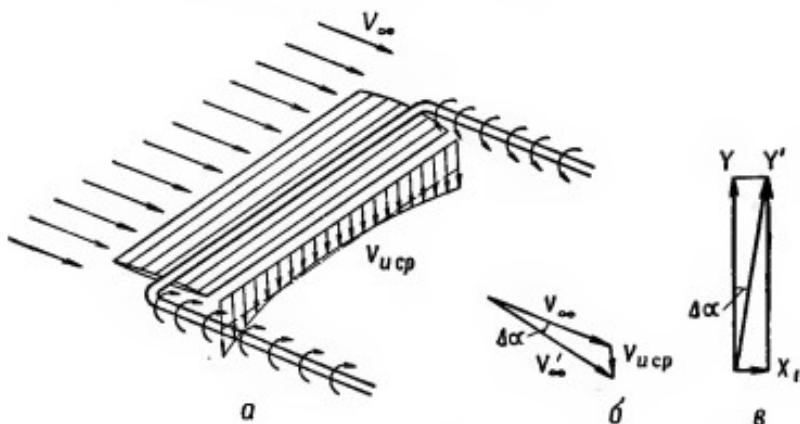


Рис. 20 Схема образования индуктивного сопротивления крыла:
а — вихревые «усы», образовавшиеся при обтекании крыла, индуцируют скорость $V_{u\text{ср}}$; б — $V_{u\text{ср}}$ скавшивает поток на угол $\Delta\alpha$; в — снос потока поворачивает вектор подъемной силы на $\Delta\alpha$, что приводит к созданию силы индуктивного сопротивления X_i

Из формулы (3.9) видно, что, чем больше C_y и чем меньше λ , тем больше коэффициент силы индуктивного сопротивления.

При вычислении коэффициентов подъемной и боковой сил и всех моментов их обычно разделяют только на две составляющие, учитывающие силы трения и силы давления по нормали к поверхности ракеты. Например, коэффициент подъемной силы

$$C_y = C_{y_f} + C_{y_p},$$

где C_{y_f} — коэффициент, зависящий от трения;

C_{y_p} — коэффициент, зависящий от давления.

Кроме того, в расчетах вращательного (колебательного) движения ракеты вокруг центра ее массы удобнее

из вектора главного момента аэродинамических сил выделить с помощью теории размерности и подобия ту его часть, которая вызывает затухание, демпфирование вращательного движения ракеты. Эта часть называется моментом демпфирования M_d . Природа этого момента заключается в сопротивлении воздуха колебательному движению ракеты на траектории.

Пусть, например, ракета вращается вокруг своего центра массы в вертикальной плоскости с угловой скоростью ω_z (рис. 18). Тогда отдельные точки поверхности ракеты будут иметь скорость v' , состоящую из геометрической суммы скорости поступательного движения ракеты v и окружной скорости $v_{окр}$, т. е. $v' = v + v_{окр}$. Это приведет к изменению местного угла атаки на величину $\Delta\alpha$, которая определяется из треугольника скоростей (рис. 18) следующим образом: $\Delta\alpha \approx \text{arctg} \frac{v_{окр}}{v}$ или из-за малости величины $\frac{v_{окр}}{v} = \frac{\omega z r}{v}$ — более простой формулой $\Delta\alpha \approx \frac{\omega z r}{v}$, где r — радиус вращения рассматриваемой точки. С изменением местного угла атаки подъемная сила также изменяется на величину ΔY , пропорциональную $\Delta\alpha$. Приведение к центру массы ракеты всех сил ΔY , приложенных к отдельным точкам поверхности ракеты, заменит их некоторой дополнительной подъемной силой Y_d и моментом демпфирования M_d .

Из рис. 18 видно, что силы ΔY , действующие на левую часть ракеты, направлены вниз, а на правую — вверх. Поэтому величина силы Y_d оказывается небольшой и при расчетах обычно не учитывается. Именно поэтому при выводе зависимости (3.4) говорилось о малом влиянии угловой скорости вращательного движения ω на величину главного вектора аэродинамических сил.

Иное дело с моментом демпфирования. Силы ΔY слева и справа от центра массы ракеты стремятся вращать ее в одну сторону и момент демпфирования оказывается значительным. Расчеты показывают, что величина момента демпфирования составляет $\sim 10\%$ величины всего момента, действующего на ракету. Направ-

лен момент демпфирования всегда против вращения ракеты и стремится затормозить, погасить его.

Теория размерности и подобия дает такое выражение для момента демпфирования:

$$M_d = |m_d| q S l^2 \cdot \frac{\omega}{v},$$

где m_d — некоторый коэффициент, зависящий от формы ракеты, числа M и других величин.

Если учесть, что $q = \frac{\rho v^2}{2}$, то можно написать

$$M_d = S \rho v l^2 |m_d| \omega, \quad (3.10)$$

где m_d — коэффициент момента демпфирования, отличающийся от m'_d сомножителем $1/2$.

Если ракета летит на прямолинейном участке траектории и колеблется вокруг центра массы в вертикальной плоскости со скоростью $\frac{da}{dt} = \dot{\alpha}$, то формула (3.10) позволяет написать

$$M_d = S \rho v l^2 |m_d| \dot{\alpha}. \quad (3.11)$$

Итак, если рассматривать момент демпфирования отдельно, то вектор главного момента всех аэродинамических сил может быть представлен суммой $\bar{M}_a = \bar{M}_{ct} + \bar{M}_d$, где \bar{M}_{ct} — стабилизирующий или опрокидывающий момент.

Названия «стабилизирующий» (иногда «восстанавливющий») и «опрокидывающий» показывают направления действия вектора \bar{M}_{ct} . Если, например, момент тангажа M_z направлен так, что стремится уменьшить угол атаки ракеты α , полученный ею по каким-либо причинам, то его называют стабилизирующим, а саму ракету — статически устойчивой. Если же M_z стремится увеличить α , то его называют опрокидывающим, а ракету — статически неустойчивой. У статически устойчивой ракеты центр давления расположен за центром массы (рис. 18), а у статически неустойчивой — наоборот. Напомним, что момент, создаваемый органами управления, учитывается отдельно и в \bar{M}_{ct} не входит. Поэтому понятие статической устойчивости не отражает

действительной устойчивости управляемых ракет на траектории. Даже статически неустойчивая ракета может быть вполне устойчивой на траектории за счет правильной работы системы управления. Тогда ее называют динамически устойчивой. Подробнее об устойчивости полета ракет рассказано в шестой главе.

Познакомимся еще с одной силой, выделяемой из главного вектора аэродинамических сил. На рис. 21 показан механизм возникновения этой силы, называемой

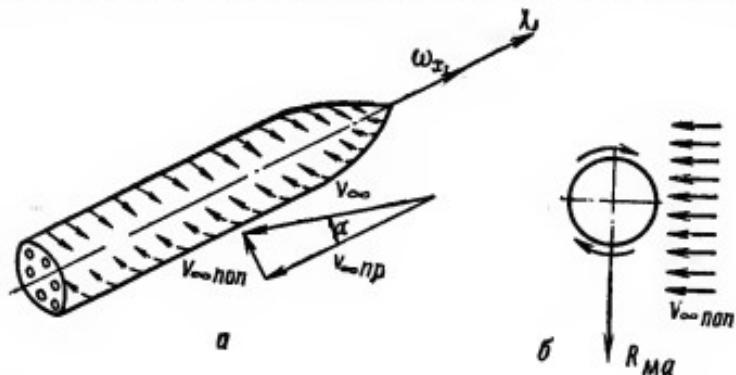


Рис. 21. Схема образования силы Магнуса:

а — вращающаяся вокруг своей продольной оси ракета в потоке воздуха под углом атаки α ; *б* — схема обтекания ракеты поперечной составляющей набегающего потока воздуха

силой Магнуса. Рис. 21, *а* изображает ракету, обтекаемую встречным потоком воздуха со скоростью V_∞ , вращающуюся с угловой скоростью ω_x вокруг своей оси и находящуюся под углом атаки α к направлению встречного потока. Поперечная часть набегающего потока со скоростью $V_\infty, \text{поп}$ взаимодействует с частицами воздуха, увлекенными во вращение поверхностью ракеты (рис. 21, *б*). В том месте, где потоки встречаются, образуется повышенное давление, а в том месте, где они направлены одинаково, — пониженное давление. В результате такого перераспределения давления по сравнению со случаем отсутствия вращения ракеты получается сила R_{Ma} (рис. 21, *б*), которая перпендикулярна плоскости сопротивления и вращается вместе с этой плоскостью.

Теория размерности и подобия позволяет найти следующий вид формулы для силы Магнуса:

$$R_{Ma} = C_{R_{Ma}} q S \cdot \frac{\omega_{x_1} d}{v} \cdot \alpha, \quad (3.12)$$

где $C_{R_{Ma}}$ — коэффициент силы Магнуса;

ω_{x_1} — угловая скорость вращения ракеты вокруг продольной оси симметрии (Ox_1).

Формула (3.12) показывает, что сила Магнуса пропорциональна ω_{x_1} , поэтому наибольшие ее значения будут у ракет и снарядов, стабилизирующихся на траектории вращением вокруг своей оси с большой угловой скоростью (например, турбореактивные снаряды). Но и в этом случае удельное влияние этой силы сравнительно невелико. В расчете же траекторий применяются аэродинамические коэффициенты, полученные без учета влияния вращения ракеты вокруг своей оси. Сила Магнуса приложена в точке, не совпадающей с центром массы ракеты, поэтому дает момент относительно центра массы, который изучен пока еще не достаточно.

До сих пор мы считали потоки воздуха, омывающие ракету, установившимися. Однако на практике требуется изучать неустановившиеся потоки воздуха и их влияние на аэродинамические коэффициенты ракет. Где же встречаются с характерным неустановившимся обтеканием ракеты? Во-первых, при резких маневрах ракеты, когда скорости потока воздуха около отдельных мест поверхности ракеты изменяются на значительную величину за короткие промежутки времени. То же самое получается при воздействии на ракету порывов ветра.

Кроме того, колебательное движение ракеты вокруг центра массы, а также вибрации недостаточно жестких участков корпуса, крыла и оперения тоже приводят к неустановившемуся течению воздуха у поверхности ракеты.

Сложность решения задач неустановившихся потоков заставляет искать приближенные решения. С этой целью применяют допущения, упрощающие сложное явление неустановившегося течения. Так, например, полагают, что на аэродинамические силы и моменты, действующие в плоскости XOY (рис. 19), не влияет

движение ракеты в других плоскостях, хотя, строго говоря, это и не верно. Также весьма часто применяемое допущение о том, что величины подъемной силы и момента тангажа пропорциональны углу атаки α , оказывается справедливым лишь для ограниченных значений углов атаки. Однако практически ракеты всегда достаточно хорошо стабилизированы на траектории, угловые перемещения их сравнительно невелики, а поэтому называемые выше допущения оказываются вполне приемлемыми.

Значительные упрощения вносит в расчет гипотеза стационарности, которая предполагает, что аэродинамические силы и моменты при неустановившемся течении зависят только от значений скорости V поступательного и ω вращательного движений ракеты и от значений углов атаки α и скольжения β в каждый данный момент времени. Это допущение можно применять при достаточно плавном изменении скорости поступательного и вращательного движений ракеты. Одной из причин, делающих гипотезу стационарности неприменимой, является запаздывание скоса потока.

Рассмотрим это явление на примере крылатой ракеты с оперением, расположенным позади крыла (рис. 64, б). Поток набегает на крыло под углом атаки α , а пройдя его, скашивается на угол ϵ , поэтому оперение обтекается потоком под углом $\alpha - \epsilon$. Чем больше α , тем больше и ϵ . Время, необходимое потоку, чтобы пройти расстояние от крыла до оперения, обозначим Δt . Тогда при изменении в полете угла атаки крыла α со скоростью $\frac{d\alpha}{dt} = \dot{\alpha}$ в любой момент времени оперение будет обтекаться под углом атаки, который должен был возникать ранее на время Δt . Если, например, α увеличивается, то по сравнению с установившимся потоком (в случае полета с $\alpha = \text{const}$) оперение из-за запаздывания скоса потока будет обтекаться под меньшим углом атаки и создаст фактически меньшую подъемную силу и меньший момент тангажа. Поэтому из значений подъемной силы и момента тангажа, определяемых по гипотезе стационарности, следует вычесть соответствующие величины. Эти поправочные величины пропорциональны изменению угла $\Delta\alpha$, которое тем больше, чем больше изменяется угол α . Если учесть,

что изменение α за время Δt равно $\dot{\alpha} \cdot \Delta t$, то можно понять, почему вводимые в значения аэродинамических коэффициентов подъемной силы C_y и момента тангажа m_z поправки прямо пропорциональны $\dot{\alpha}$.

Итак, с учетом сделанных допущений при неустановившемся характере обтекания ракеты потоком воздуха можно считать:

$$C_y = C_{y_0} + C_y^* \alpha + C_y^{*\dot{\alpha}}; \quad (3.13)$$

$$m_z = m_{z_0} + m_z^* \alpha + m_z^{*\dot{\alpha}}, \quad (3.14)$$

где C_{y_0} и m_{z_0} — значения коэффициентов подъемной силы и момента тангажа соответственно при $\alpha = \dot{\alpha} = 0$;

C_y^* и m_z^* — статические производные от коэффициентов подъемной силы и момента тангажа соответственно по углу атаки;

$C_y^{*\dot{\alpha}}$ и $m_z^{*\dot{\alpha}}$ — вращательные производные от коэффициентов подъемной силы и момента тангажа по $\dot{\alpha}$.

Вращательной производной (по $\dot{\alpha}$) называют также величину m_d в выражении (3.10) для момента демпфирования.

Влияние неустановившегося характера обтекания ракеты воздухом на величину коэффициента лобового сопротивления C_x весьма сложно и выявлено пока недостаточно.

Из выражений (3.6), (3.13) и (3.14) для симметричных ракет, у которых $C_{y_0} = m_{z_0} = 0$, при условии применимости гипотезы стационарности получаются следующие формулы:

$$Y = \frac{\rho v^2}{2} \cdot S C_y^* \alpha; \quad (3.15)$$

$$M_z = \frac{\rho v^2}{2} \cdot S I m_z^* \alpha. \quad (3.16)$$

В заключение приведем типичные графики наиболее распространенных аэродинамических коэффициентов как функций угла атаки (рис. 22) и числа M (рис. 23 и 24).

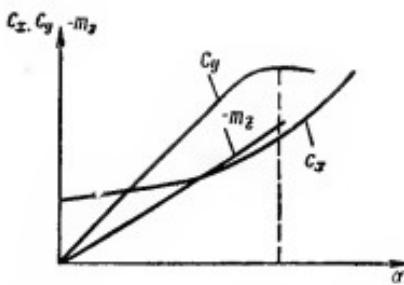


Рис. 22. График зависимостей C_x , C_y
и $-m_z$ от угла атаки α

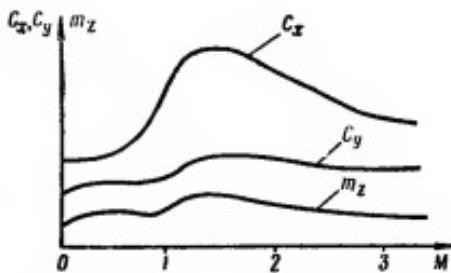


Рис. 23. График зависимостей C_x , C_y
и m_z от числа M

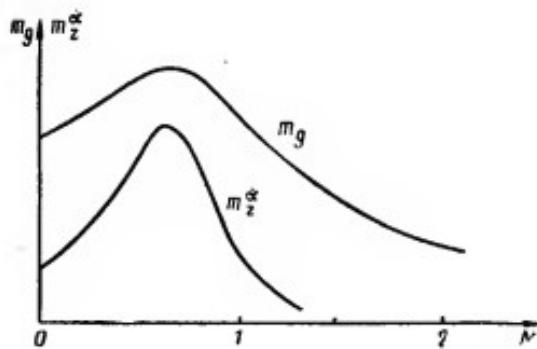


Рис. 24. График зависимостей m_g и m_z^α
от числа M

§ 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ И МОМЕНТОВ

Для расчета траектории ракеты и ее колебательного движения необходимо знать величину всех составляющих аэродинамических сил и моментов в любой момент времени полета. Какие же пути приведут нас к решению этой задачи?

Во-первых, предусматривается получение аэродинамических характеристик ракеты расчетом либо по таблицам или графикам, либо по эмпирическим формулам, отражающим результаты ранее проводимых опытов, либо по формулам, полученным теоретическим путем. Преимущества этого пути очевидны: не надо проводить никаких опытов. Результаты при этом получаются относительно быстро и даже в том случае, когда имеется лишь эскизный проект ракеты, т. е. на первом этапе ее проектирования. Недостатком является обычно низкая точность, небольшой интервал применения эмпирических формул и большая трудоемкость расчетов по точным теоретическим формулам.

Во-вторых, можно изготовить модель ракеты в уменьшенном виде и подвергнуть ее испытаниям в аэродинамических трубах, имитируя взаимодействие ракеты с атмосферой при ее полете. Но эксперимент в аэродинамических трубах недостаточно точно имитирует полет ракеты, а поэтому аэродинамические характеристики определяются с погрешностями, которые в отдельных случаях могут быть весьма большими. Кроме аэродинамических труб, для проведения опытов используют реактивные тележки, которые устанавливаются на рельсовые пути. На тележку устанавливается ракета или ее головная часть. Испытывают также модели ракеты или ее головной части. Ракетный двигатель разгоняет тележку с изучаемым объектом до требуемой скорости, а датчики, установленные на нем, дают необходимую информацию о скорости, ускорении, пути, силах и пр. Обрабатывая полученные данные, можно подсчитать силы, действующие на ракету, и их коэффициенты.

Испытания с целью определения аэродинамических коэффициентов проводят также на аэробаллистических трассах путем выстреливания модели из специальной

пушки или артиллерийского орудия. Полет модели на траектории фиксируется различными способами (оптический, магнитный и т. д.) или фотографируется.

В-третьих, если ракета уже изготовлена и может быть запущена, то с помощью различных датчиков и телеметрической аппаратуры, передающей показания датчиков на Землю, а также проводя наблюдения за полетом ракеты с помощью различной регистрирующей аппаратуры, установленной на Земле, можно получить необходимые данные и рассчитать величины тех или иных составляющих аэродинамических сил и моментов в различные промежутки времени полета. Как видим, этот путь предполагает проведение летных испытаний ракеты. Летные испытания обычно проводятся при окончательной отработке ракеты на последнем этапе ее создания.

Каждый из методов испытания имеет свои преимущества и недостатки; при отработке образца они дополняют друг друга.

Как получаются аэродинамические характеристики ракеты в аэродинамических трубах, при летных испытаниях, а также расчетом, будет рассказано позже, так как сначала необходимо познакомиться с теоретическими основами определения аэродинамических характеристик.

Наука, которая позволяет определить аэродинамические силы и моменты, называется аэродинамикой. Без знания основ аэродинамики невозможно определить не только теоретическим путем аэродинамические характеристики ракеты, но и найти их по опытным данным.

В аэродинамике часто применяется способ обращения движения, который заключается в следующем. Полет ракеты со скоростью v относительно атмосферы (рис. 25, а) заменяется обтеканием неподвижной ракеты воздухом с той же скоростью $V = v$ (рис. 25, б). Это оказывается более удобным для теоретического решения задачи взаимодействия ракеты с воздухом и непосредственно реализуется в аэродинамических трубах, где на неподвижную модель ракеты нагнетается с нужной скоростью поток воздуха. Правильность способа

обращения движения подтверждается многолетней практикой.

Практика показывает, что прежде всего следует изучать течение воздуха в слое, непосредственно прилегающем к обтекаемой поверхности ракеты. В самом деле, течение в этом слое определяет силовое воздействие воздуха на ракету (силы трения и силы давления), а также и законы передачи тепла от воздуха к поверхности ракеты и обратно. Оказывается, чтобы узнать, как течет воздух в этом слое, необходимо знать, как

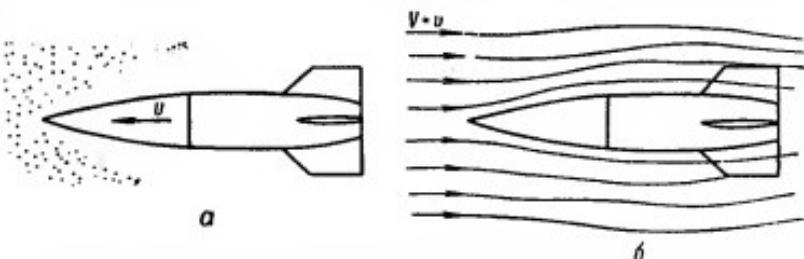


Рис. 25. Схема, иллюстрирующая способ обращения движения:
а — полет ракеты в неподвижной атмосфере со скоростью u ; б — обтекание неподвижной ракеты потоком воздуха со скоростью $V - v$

он течет и в более удаленных от ракеты слоях. Иными словами, надо определять картину течения воздуха около ракеты в целом. Изучение картины обтекания ракеты воздухом позволило установить, что течение в разных точках имеет различие, заключающееся в проявлении сил внутреннего трения в воздухе (вязкости). Опыты показывают, что, чем более быстро изменяется скорость течения воздуха, тем больше силы внутреннего трения в нем, и наоборот. Приведем известную из физики и хорошо подтверждаемую опытом формулу Ньютона:

$$\tau = \mu \frac{dV}{dy},$$

где τ — касательное напряжение от сил трения в воздухе в kG/m^2 (сила трения, приходящаяся на 1 m^2 поверхности);

$\frac{dV}{dy}$ — градиент скорости в $\frac{1}{\text{сек}}$, который показывает, насколько быстро изменяется скорость

воздуха вдоль координаты y , направляемой по нормали к направлению течения жидкости;

μ — динамический коэффициент вязкости жидкости в $\text{kG} \cdot \text{сек}/\text{м}^2$.

Для воздуха $\mu \approx 2 \cdot 10^{-6}$ $\text{kG} \cdot \text{сек}/\text{м}^2$ (невелико). Поэтому силы вязкости заметно проявляются лишь в тех местах потока, где велики градиенты скорости, например в непосредственной близости к обтекаемой воздухом поверхности ракеты. Дело в том, что частицы воздуха, соприкасающиеся с поверхностью ракеты, как бы прилипают к ней и имеют скорость, равную нулю. Благодаря внутреннему трению частицы воздуха, расположенные дальше от обтекаемой поверхности, будут иметь большую скорость, чем частицы, расположенные

ближе к поверхности ракеты. Скорость частиц воздуха будет возрастать по мере удаления от поверхности ракеты. Однако это возрастание не беспредельно и на сравнительно небольшом расстоянии скорость достигает такого значения, которое было бы в этой же точке потока, если бы мы не учитывали влияния внутреннего трения, т. е. сил вязкости в воздухе. Это пограничный слой.

Пограничным слоем называется область потока, непосредственно примыкающая к обтекаемой поверхности тела, в которой проявляется влияние сил вязкости жидкости (воздуха и вообще газов) на ее движение. Остальную часть потока называют свободным потоком. Чтобы лучше понять это, рассмотрим типичную картину изменения скорости в пограничном слое (рис. 26). В точке «0» обтекаемой воздухом поверхности поместим прямоугольную систему координат так, чтобы ось Y шла по внешней нормали к поверхности ракеты. С ростом y горизонтальная проекция скорости V_x увеличи-

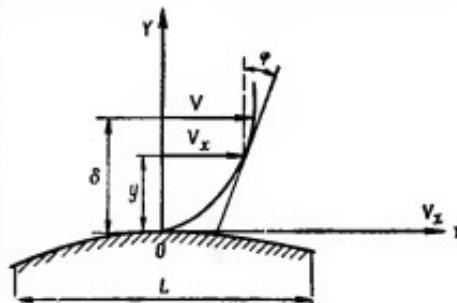


Рис. 26. Изменение скорости потока V_x по толщине пограничного слоя

вается, а угол ϕ наклона касательной к кривой $V_x(y)$ уменьшается. Математически это выражается уменьшением градиента скорости $\frac{dV_x}{dy}$ по мере удаления от обтекаемой поверхности. Ясно, что должно быть место, где $\frac{dV_x}{dy} = 0$. При этом $y = \delta$. Величина δ называется толщиной пограничного слоя. Она обычно мала по сравнению с размерами обтекаемого тела. Например, при обтекании крыла воздухом δ составляет несколько сотых или даже тысячных долей хорды профиля крыла.

При приближении y к δ скорость V_x изменяется так медленно, что практически трудно определить границу, отделяющую пограничный слой от остальной части потока. Поэтому δ находят из условия $V_x = 0,99 V$, т. е. толщину пограничного слоя считают до того места, где скорость в пограничном слое V_x отличается от скорости в свободном потоке V на величину примерно 1%.

Вне пограничного слоя вязкость воздуха практически не влияет на его течение. Поэтому воздух можно считать невязким, или, как говорят, идеальной жидкостью.

Таким образом, весь поток условно разделяется на две части: пограничный слой и свободный поток. В каждой из этих частей свойства воздуха идеализируются и в расчетах имеют дело не с реальным воздухом, а с его моделью. Как правило, модели воздуха наделяются различными свойствами. В свободном потоке воздух можно считать идеальной сжимаемой жидкостью, а в пределах пограничного слоя можно не учитывать сжимаемости, т. е. рассматривать воздух как вязкую несжимаемую жидкость.

Такое деление потока на две части и применение упрощенных моделей воздуха в каждой из этих частей потока позволяет с достаточной для практики точностью описать взаимодействие летящей ракеты с воздухом уравнениями и решать эти уравнения.

Наделим эти модели свойством непрерывности. Это значит, что, какой бы малый объем воздуха ни рассматривался, свойства воздуха в этом объеме будут оставаться неизменными. В этом случае можно применять дифференциальное исчисление, т. е. оперировать с та-

ким объемом воздуха, размеры которого — дифференциалы координат (бесконечно малые величины).

При обычных условиях у поверхности Земли 1 м^3 воздуха содержит $27 \cdot 10^{15}$ молекул. Такое огромное количество молекул в небольшом объеме позволяет рассматривать воздух как сплошную (непрерывную) среду. Для больших разряжений (в высоких слоях атмосферы) воздух уже нельзя считать непрерывным.

Особенности аэродинамики полета ракет в высоких слоях атмосферы рассмотрим особо.

Договоримся далее, что модели воздуха электрически нейтральны. В этом случае можно не учитывать наличие в воздухе некоторого количества электрически заряженных частиц (электронов и ионов). Это позволит не принимать во внимание силы взаимодействия воздуха с электрическими и магнитными полями.

Кроме того, будем полагать, что в воздухе не происходит никаких физико-химических превращений с выделением или поглощением энергии.

При сделанных допущениях в любой точке потока воздух будет характеризоваться следующими параметрами: давлением p (kГ/см^2), массовой плотностью ρ ($\text{кг} \cdot \text{сек}^2/\text{м}^4$), температурой по абсолютной шкале T ($^\circ\text{K}$) и вектором скорости движения \bar{V} данного бесконечно малого объема воздуха в окрестности рассматриваемой точки.

Все эти параметры — непрерывные функции координат данной точки x, y, z и времени t , т. е.

$$p(x, y, z, t), \rho(x, y, z, t), T(x, y, z, t) \text{ и } \bar{V}(x, y, z, t). \quad (3.17)$$

Эти функции могут иметь области разрыва в случае появления так называемых скачков уплотнения, теория которых будет рассмотрена в конце главы.

Потоки воздуха, описываемые функциями (3.17), называются пространственными неустановившимися (нестационарными). Это наиболее общий вид потоков, но и наиболее сложный. Среди элементарных функций почти невозможно отыскать подходящие для выражения p , ρ , T и \bar{V} . Поэтому на практике стараются действительные потоки заменить более простыми, но с близкими свойствами. Так обычно рассматривают уставившиеся (стационарные) потоки, параметры которых не зависят от времени t .

Еще более простыми оказываются плоские или осесимметричные установившиеся потоки, у которых p , ρ , T и V зависят только от двух координат. Наиболее простым потоком является одномерный установившийся поток. Для такого потока $p(x)$, $\rho(x)$, $T(x)$ и $\bar{V}(x)$ — функции только одной координаты.

§ 3. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ АЭРОДИНАМИКИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ТЕОРИИ ПОЛЕТА РАКЕТ

Решить задачу аэродинамики — значит для любой точки (x, y, z) потока воздуха, обтекающего ракету, в любой момент времени найти p , ρ , T и \bar{V} . Этого будет достаточно и для определения сил воздействия воздуха на ракету любой формы, так как можно будет просуммировать все силы от давления по поверхности ракеты, нормальные и касательные, составляющие которой и определяют искомую силу.

Для отыскания четырех неизвестных функций — p , ρ , T и \bar{V} — необходимо иметь четыре исходных уравнения. Эти уравнения называются основными уравнениями аэродинамики и отражают наиболее общие свойства потока воздуха, подчиняющиеся законам механики. Основными уравнениями являются: уравнение состояния, уравнение неразрывности, уравнение движения и уравнение энергии. Поскольку эти уравнения представляют принципиальный интерес, рассмотрим их подробно.

Уравнение состояния

Опыты показывают, что при изменении любых двух параметров из трех (p , ρ и T) третий параметр изменяется вполне определенно. Это происходит как в движущемся, так и неподвижном воздухе. Следовательно, параметры p , ρ и T связаны зависимостью, определяемой молекулярным строением воздуха и называемой уравнением состояния. В уравнение состояния входят также различные постоянные C_i , которые характеризуют те или иные свойства воздуха. В общем виде уравнение состояния имеет вид

$$F(p, \rho, T, C_i) = 0.$$

Для различных газов, а также для различных условий, в которых они находятся, известны многие уравнения состояния. Современная кинетическая теория газов позволяет определять константы в уравнении состояния для любого газа, если для него известны различные характеристики (в том числе полученные спектральным анализом).

Наиболее часто в аэродинамике применяется уравнение

$$p = g\rho RT \quad (R — \text{газовая постоянная}), \quad (3.18)$$

называемое в физике уравнением состояния идеального газа.

Уравнение состояния применяют для параметров газа в точке. Однако иногда параметры газа в каком-нибудь объеме берутся средними по всему объему, например в камере реактивного двигателя, и тогда уравнение состояния применяется для этих средних параметров.

Для несжимаемых жидкостей уравнение состояния выглядит весьма просто: $\rho = \text{const}$.

Уравнение неразрывности

Уравнением неразрывности называют такое уравнение, которое выражает закон сохранения массы: масса вещества не исчезает и не возникает вновь. Поэтому существует вполне определенная зависимость между скоростью воздуха и его плотностью:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho V_y) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho V_z) = 0. \quad (3.19)$$

Это и есть уравнение неразрывности.

Для установившихся потоков $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ уравнение неразрывности упрощается и имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho V_y) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho V_z) = 0. \quad (3.20)$$

Для несжимаемой жидкости $\rho = \text{const}$ и уравнение неразрывности еще проще:

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0. \quad (3.21)$$

Для ограниченного определенным сечением одномерного установившегося потока уравнение неразрывности получается из следующих соображений. Масса воздуха, протекающая в единицу времени через любое сечение потока, должна быть одной и той же. Иначе либо закон сохранения массы будет нарушен, либо поток не будет установившимся, так как между какими-либо сечениями масса воздуха станет увеличиваться или уменьшаться. Но величина массы воздуха, протекающего в единицу времени через сечение потока F , равна $\rho V F$. Поэтому уравнение неразрывности будет иметь вид

$$\rho V F = \text{const} \quad (3.22)$$

Уравнение движения

Уравнение движения выражает собой один из основных законов механики: произведение массы тела на ее ускорение равно силе, приложенной к телу. Применим его к массе воздуха, заключенной в элементарном объеме, и уравнения движения будем составлять последовательно вдоль всех трех осей координат. В результате получим следующую систему уравнений движения в проекциях на оси координат в форме Эйлера:

$$\left. \begin{aligned} V_x \cdot \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \cdot \frac{\partial V_x}{\partial y} + V_z \cdot \frac{\partial V_x}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dx}; \\ V_x \cdot \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \cdot \frac{\partial V_y}{\partial y} + V_z \cdot \frac{\partial V_y}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dy}; \\ V_x \cdot \frac{\partial V_z}{\partial x} + V_y \cdot \frac{\partial V_z}{\partial y} + V_z \cdot \frac{\partial V_z}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dz}. \end{aligned} \right\} \quad (3.23)$$

При выводе формул (3.18) не учитывались массовые силы (например, силы веса) и силы трения, так как установлено, что для воздуха они малы по сравнению с силами давления.

Для одномерного установившегося потока уравнение движения будет иметь вид

$$V \cdot \frac{dV}{dx} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dx},$$

или

$$V dV + \frac{dp}{\rho} = 0. \quad (3.24)$$

Интеграл от этого уравнения имеет вид

$$\frac{V^2}{2} + \int \frac{dp}{\rho} = \text{const} \quad (3.25)$$

и называется уравнением Бернулли, которое справедливо для элементарной (бесконечно тонкой) струйки воздуха.

Уравнение энергии

Уравнение энергии выражает закон сохранения энергии в потоке воздуха. Закон сохранения энергии указывает на то, что энергия не исчезает и не появляется вновь, а лишь переходит из одного вида в другой в эквивалентных количествах. Какие же переходы видов энергии происходят в воздушных потоках? Из физики известно, что газ обладает внутренней (т. е. кинетической энергией молекул газа в их хаотическом тепловом движении) и потенциальной энергией (т. е. энергией положения молекул газа). Если газ движется находясь в потоке, то он еще имеет кинетическую энергию, зависящую от скорости потока. Кроме того, в потоках газа происходит внутреннее трение между отдельными частицами газа и трение газа об омываемую им поверхность. Работа сил трения необратимым образом переходит в тепло, которое путем теплопроводности и излучения может рассеиваться в газе и передаваться окружающим его предметам.

Как же выражаются виды энергии газа?

Внутренняя энергия единицы веса газа (1 кГ) равна $c_v T$, где c_v — удельная теплоемкость газа в $\text{ккал}/\text{кГ}\cdot\text{град}$, а T — температура газа в градусах абсолютной шкалы.

Потенциальная энергия 1 кГ газа может быть определена работой сил давления, затраченной на сжатие его без трения, подвода и отвода тепла до данного давления p и плотности ρ . Величина этой работы равна $\frac{p}{g\rho}$, а с помощью уравнения состояния $p=g\rho RT$ может быть выражена через температуру и составит RT ($\text{кГм}/\text{кГ}$). При определении потенциальной энергии не учитывалась работа сил веса, которая в воздушных потоках, обтекающих ракеты в полете, мала по сравнению с работой сил давления в этих потоках.

Кинетическая энергия 1 кГ газа, движущегося со скоростью V , равна $\frac{V^2}{2g}$ ($\text{кГм}/\text{кГ}$).

Если обозначить работу сил трения в 1 кГ воздуха $L_{\text{тр}}$, а количество подводимого (или отводимого от него) тепла $\pm Q$ соответственно, то закон сохранения энергии в установившемся потоке воздуха выразится следующей формулой:

$$c_v T + ART + \frac{AV^2}{2g} + AL_{\text{тр}} \mp Q = \text{const.} \quad (3.26)$$

В этой формуле все виды энергии определены в тепловых единицах с помощью теплового эквивалента механической работы $A = \frac{1}{427} \frac{\text{ккал}}{\text{кГм}}$. Применяют уравнение (3.26) для единицы веса (или массы) газа, движущейся в потоке по своей траектории.

В формуле (3.26) удобно внутреннюю и потенциальную энергию воздуха учитывать вместе, так как каждый из этих видов энергии зависит от температуры T . Вводя понятие теплосодержания $i = c_v T + ART$, т. е. равна сумме внутренней и потенциальной энергии, и считая, что $c_v + AR = c_p$, получим

$$i + \frac{AV^2}{2g} + AL_{\text{тр}} \mp Q = \text{const}, \quad (3.27)$$

где $i = c_p T$, а c_p — удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении в $\text{ккал}/\text{кГ}\cdot\text{град}$.

В аэродинамике чаще всего имеют дело с адиабатическими процессами, т. е. такими процессами, при которых воздух не получает извне и не отдает тепла. При этом $Q = Q_{\text{тр}} = AL_{\text{тр}}$, т. е. тепло образуется только за счет работы сил трения в воздухе.

В этом случае уравнение (3.27) упрощается и принимает вид

$$\frac{AV^2}{2g} + i = \text{const.} \quad (3.28)$$

Следует сказать, что к такому же виду уравнения энергии можно прийти, не только считая процесс адиабатическим; но и не учитывая сил трения ($L_{\text{тр}} = 0$) в воздухе.

Еще одна форма записи уравнения энергии полу-

чтися после следующих преобразований уравнения (3.28):

$$\frac{V^2}{2} + \frac{ig}{A} = \text{const},$$

где

$$\frac{ig}{A} = c_p T \cdot \frac{g}{A} = c_p \cdot \frac{p}{AR\rho} = \frac{c_p}{c_p - c_v} \cdot \frac{p}{\rho} = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p}{\rho};$$

поскольку $gT = \frac{p}{R\rho}$ из формулы (3.18), а $k = \frac{c_p}{c_v}$.

Таким образом, уравнение энергии можно написать так:

$$\frac{V^2}{2} + \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p}{\rho} = \text{const}. \quad (3.29)$$

Для элементарной струйки воздуха в потоке, омывающем ракету, можно из уравнения энергии (3.29) получить уравнение аднабаты. Для этого используем уравнение движения (3.24) и уравнение состояния (3.18). Продифференцировав уравнение (3.29) и сравнив его с уравнением (3.24), получим:

$$\frac{k}{k-1} \cdot d\left(\frac{p}{\rho}\right) = \frac{dp}{\rho}.$$

После простых преобразований получим обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными:

$$\frac{dp}{p} = k \cdot \frac{d\rho}{\rho},$$

интегрируя которое в пределах от p_0 до p и от ρ_0 до ρ , получим уравнение аднабаты:

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^k. \quad (3.30)$$

В тех случаях, когда нет обратных переходов энергии потока воздуха в тепло и энтропия постоянна, уравнение (3.30) называют также уравнением изоэнтропии.

Итак, мы получили основные уравнения, описывающие движение воздуха как идеальной сжимаемой жидкости. Это уравнения состояния (3.18), неразрывности (3.20), движения (3.23) и энергии (3.28). Вместе они

образуют систему уравнений, которая позволяет определить неизвестные p , ρ , T , V_x , V_y , V_z для любой точки заданного потока с определенными граничными условиями (например, безотрывное обтекание поверхности ракеты).

Покажем, как применяются основные уравнения аэродинамики при полете ракеты в атмосфере Земли на достаточно простых, но важных для понимания сущности явлений примерах.

Прежде всего обратимся к одномерному изоэнтропическому установившемуся потоку воздуха. Полученные для такого потока формулы будут пригодны для течения воздуха внутри тонких (элементарных) струек, но применяются и для таких реальных потоков, которые происходят при течении газа через сопла, каналы и т. д.

Получим формулы, по которым, зная скорость воздуха в каком-либо сечении потока, можно подсчитать температуру, давление и плотность его в этом же сечении. В уравнении энергии (3.28) постоянную величину в правой части определим для такого сечения потока, где $V=0$. Параметры воздуха в этом сечении называются параметрами торможения и снабжаются индексом «0». Получим

$$\frac{AV^2}{2g} + c_p T = c_p T_0,$$

откуда

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{AV^2}{2gc_p T}. \quad (3.31)$$

Из формулы для скорости звука, известной из физики, $a = \sqrt{kgRT}$, найдем $T = \frac{a^2}{kgR}$ и подставим в выражение (3.31).

Тогда

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{AkgR}{2gc_p} \cdot \frac{V^2}{a^2}. \quad (3.32)$$

Вспомнив, что $AR = c_p - c_v$, а $k = \frac{c_p}{c_v}$, и обозначив $\frac{V}{a} = M$, из формулы (3.32) найдем

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} \cdot M^2. \quad (3.33)$$

Число M является безразмерией скоростью и широко применяется в аэродинамике.

Применяя уравнение адиабаты (3.30) и уравнение состояния $p_0 = \rho_0 R T_0$ для параметров торможения, по-

лучим $\left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{1}{k-1}} = \frac{\rho_0}{\rho}$ и $\left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{k}{k-1}} = \frac{p_0}{p}$, поэтому, учитывая формулу (3.33), найдем

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(1 + \frac{k-1}{2} \cdot M^2\right)^{\frac{1}{k-1}}, \quad (3.34)$$

$$\frac{p_0}{p} = \left(1 + \frac{k-1}{2} \cdot M^2\right)^{\frac{k}{k-1}}. \quad (3.35)$$

Зависимости (3.33), (3.34) и (3.35) позволяют нам по числу M_∞ , характеризующему скорость ракеты (или скорость воздуха, набегающего на неподвижную ракету), а также по параметрам воздуха p_∞ , ρ_∞ и T_∞ , определенным на высоте полета ракеты, например по таблицам международной стандартной атмосферы [26], определить параметры торможения воздуха p_0 , ρ_0 и T_0 . Эти величины будут в действительности существовать в той точке ракеты, где скорость воздуха, обтекающего ее поверхность, равна нулю. Такая точка называется критической точкой ракеты. Параметры торможения характеризуют и силовое (p_0), и тепловое (T_0) воздействие воздуха на ракету. Они входят в эмпирические и теоретические формулы, применяемые в теории полета ракет. Подставляя в формулы (3.33), (3.34) и (3.35) M_∞ , p_∞ , ρ_∞ и T_∞ , найдем искомые зависимости для параметров торможения:

$$T_0 = T_\infty \left(1 + \frac{k-1}{2} \cdot M_\infty^2\right); \quad (3.36)$$

$$\rho_0 = \rho_\infty \left(1 + \frac{k-1}{2} \cdot M_\infty^2\right)^{\frac{1}{k-1}}; \quad (3.37)$$

$$p_0 = p_\infty \left(1 + \frac{k-1}{2} \cdot M_\infty^2\right)^{\frac{k}{k-1}}. \quad (3.38)$$

Теперь посмотрим, как найти скорость одномерного потока в любом его сечении. Для этого обратимся к уравнению неразрывности (3.22), из которого ясно, что

прежде всего надо знать для какого-либо сечения F_1 значения ρ_1 и V_1 . Тогда, найдя значение $\rho VF = \rho_1 V_1 F_1 = \text{const}$ правой части формулы (3.22), сможем, исключив ρ , найти зависимость $V(F)$ скорости потока или числа M от площади его сечения. Однако эта зависимость получается сложной и в практике применяют заранее составленные таблицы. Например, по числу M можно найти $\frac{\rho}{\rho_0}$, $\frac{\rho}{\rho_0}$; $\frac{T}{T_0}$; $\frac{F}{F_*} = \frac{\rho_* V_*}{\rho V}$, где параметры, отмеченные индексом *, определены в той точке потока, где $V=a$, и называются критическими параметрами потока.

Далее познакомимся с теорией скачков уплотнения.

При взаимодействии тел со сверхзвуковыми потоками газа (или при движении тел в неподвижных газах со сверхзвуковой скоростью) возникают области, в которых параметры газа изменяются чрезвычайно быстро, скачкообразно. Такие области называют скачками уплотнения или ударами (баллистическими) волнами. Название «скакок уплотнения» отражает резкое скачкообразное увеличение плотности газа на фронте (на поверхности) этого скачка.

Опыт показывает, что сверхзвуковой поток газа превратить в дозвуковой поток нельзя иначе, как переведя его через скачок уплотнения. Поэтому при полетах ракет в пределах атмосферы с такой скоростью, когда хотя бы на одном участке, прилегающем к обтекаемой поверхности ракеты, возникнет сверхзвуковая скорость, неизбежно появится и скачок уплотнения. Минимальное значение скорости ракеты, при которой возникают скачки уплотнения, называют критической скоростью ракеты. Величина этой скорости меньше скорости звука, так как поток воздуха, набегая на поверхность ракеты, ускоряется и местные скорости его могут быть значительно больше скорости полета ракеты.

При появлении скачков уплотнения около летящей ракеты наступает явление волнивого кризиса. Сопротивление полету ракеты при волновом кризисе резко возрастает, подъемная сила уменьшается и, кроме того, могут возникнуть опасные для прочности отдельных частей ракеты (например, для крыла или оперения) вибрации. Поэтому необходимо тщательно разобраться в природе скачков уплотнения и научиться рассчиты-

вать параметры газа за ними. Без этого нельзя определять аэродинамические характеристики ракеты, летящей со скоростью, превышающей ее критическую скорость, невозможно находить меры борьбы с вредными последствиями волнового кризиса, а также опытным путем определять по замеру давлений величину сверхзвуковой скорости.

Природа скачков уплотнения связана со специфическим (особенным) характером распространения слабых

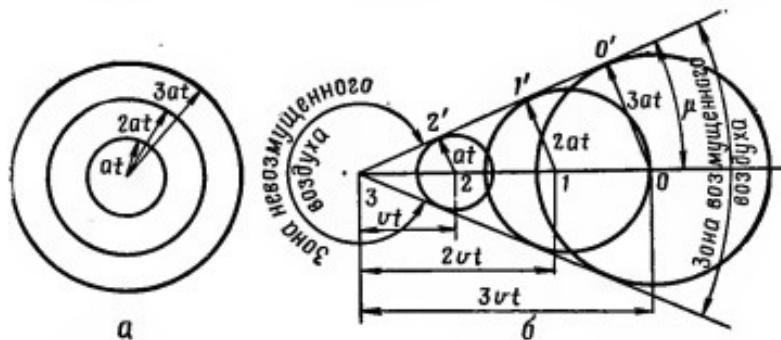


Рис. 27. Распространение слабых возмущений (звуковых волн):
а — при неподвижном точечном источнике; б — при движении этого источника в воздухе со сверхзвуковой скоростью

возмущений (звуковых волн) при движении источника возмущений со сверхзвуковой скоростью в неподвижном газе. Если источник возмущений в виде материальной точки, размеры которой пренебрежимо малы, будет неподвижен, то волны слабого возмущения равномерно распространяются во все стороны с одинаковой скоростью a — скоростью звука. Поверхность волны слабого возмущения является сферой с радиусом $r = at$, где t — время, прошедшее с момента образования этой волны (рис. 27, а).

Иную картину будем наблюдать при движении точечного источника слабых возмущений в неподвижном газе со скоростью V , большей скорости звука a (рис. 27, б). Обозначим положение источника слабых возмущений через равные промежутки времени цифрами 0, 1, 2 и 3. Сначала он находился в положении 0, а в рассматриваемый момент по прошествии промежут-

ка времени $3t$ переместился в положение 3 , пройдя путь $3Vt$. За время $3t$ волна слабых возмущений, образовавшаяся в точке 0 , пройдет путь $3at$ и займет положение сферы с радиусом $3at$ и с центром в точке 0 . Волна возмущений, образовавшаяся в точке 1 , к рассматриваемому моменту времени будет сферой с радиусом $2at$ и с центром в точке 1 , так как с момента ее образования прошло время только $2t$. По этой же причине волна, которая образовалась в момент нахождения источника слабых возмущений в точке 2 , будет сферой с радиусом at . Наконец, в рассматриваемый момент источник слабых возмущений находится в точке 3 , а волна только начинает образовываться и радиус сферы ее равен нулю.

Можно легко доказать, что все сферы касаются одной прямой линии, исходящей из точки 3 , т. е. находятся внутри кругового конуса с вершиной в этой точке. Действительно, линия $3-2'-1'-0'$, касающаяся всех сфер в плоскости рис. 27, б, является прямой линией, поскольку треугольники $3-2-2'$, $3-1-1'$ и $3-0-0'$ подобны как прямоугольные и имеющие одинаковое отношение катетов к гипотенузам:

$$\frac{2-2'}{3-2} = \frac{at}{Vt} = \frac{a}{V};$$

$$\frac{1-1'}{3-1} = \frac{2at}{2Vt} = \frac{a}{V};$$

$$\frac{0-0'}{3-0} = \frac{3at}{3Vt} = \frac{a}{V}.$$

Таким образом, мы видим, что при движении точечного источника слабых возмущений со сверхзвуковой скоростью все возмущения распространяются только внутри конуса с углом при вершине $\mu = \arcsin \frac{a}{V}$, или $\mu = \arcsin \frac{1}{M}$. Образующая этого конуса является линией слабых возмущений, так как в любой момент времени в каждой ее точке касается одна сфера слабых возмущений. Эту линию слабых возмущений называют линией Маха или характеристикой. Напомним, что на линии слабых возмущений все параметры газа изменяются на бесконечно малые величины, поэтому линия слабых возмущений не является скачком уплотнения.

Чем же можно объяснить появление скачков уплотнения? Они образуются при движении со сверхзвуковой скоростью тела, поверхность которого можно считать состоящей из бесчисленного большого количества материальных точек, каждая из которых является источником слабых возмущений. Поэтому в отдельных областях пространства около тела происходит многократное суммирование бесконечно большого количества слабых возмущений; параметры газа в этих областях теперь уже изменяются не на бесконечно малые величины, а на конечные. Эти области и являются скачками

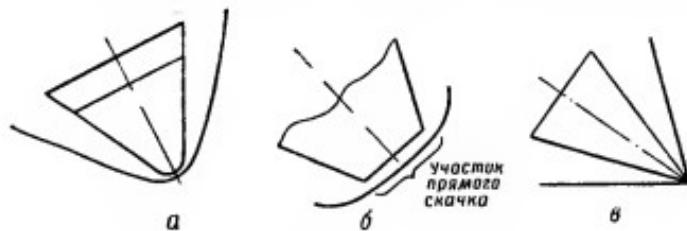


Рис. 28. Виды скачков уплотнения:
а — криволинейный; б — прямой; в — косой

уплотнения, зонами резкого, скачкообразного увеличения плотности, давления и температуры газа.

Скачки уплотнения могут быть сложными поверхностями с криволинейными образующими. При входении в плотные слои атмосферы головной притупленной части ракеты со сверхзвуковой скоростью скачок уплотнения (рис. 28, а) будет криволинейным и отошедшим от обтекаемой поверхности. Если притупление головной части сделать плоским, то у криволинейного скачка уплотнения будет ярковыраженный участок, называемый прямым скачком (рис. 28, б); фронт прямого скачка уплотнения перпендикулярен направлению потока. Часто наблюдаются косые скачки уплотнения. Это прямолинейные скачки, фронт которых с направлением потока составляет угол меньше прямого. Образуются косые скачки (рис. 28, в) перед коническими заостренными головными частями ракет, перед крыльями и оперением, имеющим профиль в виде клина или ромба, и характерны тем, что присоединены к обтекаемой поверхности, т. е. касаются ее хотя бы в одной точке.

Какова толщина скачков уплотнения? Если газ не вязок и не проводит тепла, то толщина скачка уплотнения равна нулю. Ответить на этот вопрос для реального газа можно лишь приближенно. Для этого надо с помощью основных уравнений аэродинамики исследовать, с какой наибольшей быстротой могут изменяться в пространстве параметры вязкого газа с учетом потерь тепла на излучение и теплопроводность и выделения тепла от работы внутренних сил трения в газе. Такое исследование показывает, что толщина скачка уплотнения близка к среднему значению пути свободного пробега молекул в газе и имеет порядок величины $\frac{v}{a}$, где v — кинематический коэффициент вязкости газа и a — скорость звука в газе. Для воздуха при нормальных условиях толщина скачка уплотнения близка к 10^{-5} м. Поэтому в расчетах можно считать скачки уплотнения бесконечно тонкими и изображать их поверхностями и линиями.

Рассчитать скачок уплотнения — значит, зная параметры газа до скачка, найти параметры газа за скачком. Расчетные формулы зависят от состояния газа за скачком. Если скорость полета ракеты такова, что число M достигает 5—6, то свойства воздуха за скачком практически не изменяются (случай постоянной теплоемкости). При числах M от 5—6 до 7—8 в связи с большим ростом температуры воздуха за скачком удельные теплоемкости оказываются не постоянными, а зависящими от температуры (случай переменной теплоемкости). Наконец, при числах M более 7—8 температура за скачком возрастает настолько, что молекулы воздуха начинают разрываться и распадаются на атомы. Происходит тепловая диссоциация молекул. Свойства воздуха за скачком изменяются и зависят от относительного числа распавшихся молекул, т. е. от степени диссоциации, которая зависит от температуры и в меньшей степени от давления (случай учета диссоциации).

Рассмотрим наиболее сложный случай учета диссоциации на примере обтекания клинового профиля невозмущенным потоком воздуха, когда возникает косой скачок уплотнения (рис. 29). Полученные расчетные зависимости будут пригодны и для криволинейного скачка, если его разбить на достаточно большое количество косых скачков (замена кривой линии ломаной).

Опыт показывает, что, набегая на клиновой профиль с углом β , невозмущенный сверхзвуковой поток (со скоростью V_1) повернет также на угол β и будет течь вдоль поверхности клина со скоростью $V_2 < V_1$, причем поворот осуществляется при переходе струек воздуха через фронт косого скачка уплотнения. Таким образом, за скачком уплотнения будет равномерный поток, но с другим направлением и другой скоростью. При переходе через скачок уплотнения все параметры газа изменятся скачком, но вдоль скачка (как до него, так и за

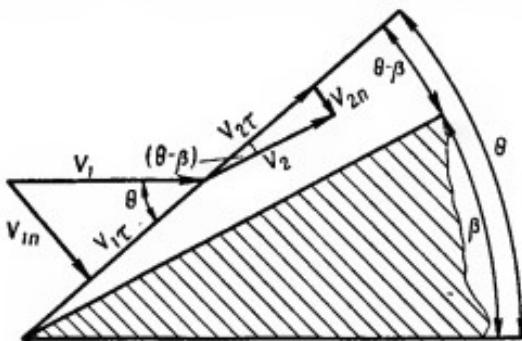


Рис. 29. Схема косого скачка уплотнения при обтекании клина сверхзвуковым потоком воздуха

ним) и параметры воздуха останутся одинаковыми. Это объясняет, почему касательная составляющая скорости воздуха до скачка V_{1t} не изменяется и равна касательной составляющей скорости воздуха за скачком V_{2t} , т. е. $V_{1t} = V_{2t}$. В самом деле, если бы составляющая скорости изменяла свою величину вдоль скачка, то причиной этому могло быть только изменение давления вдоль скачка, чего на опыте даже на значительных длинах скачка не наблюдается.

Прежде всего разберемся в сущности физических явлений при переходе частицы воздуха через фронт скачка. Мы уже знаем, что толщина скачка уплотнения чрезвычайно мала, поэтому изменение давления на частицу воздуха, переходящую через скачок, будет происходить исключительно быстро. Частица подвергнется как бы удару. Во время этого удара благодаря работе

сил внутреннего трения часть энергии частицы перейдет необратимым образом в тепло, которое за малое время процесса не успеет покинуть частицу ни излучением, ни теплопроводностью и дополнительно повысит ее температуру. Из сказанного ясно, что процесс перехода через скачок можно считать адиабатическим, но нельзя считать изоэнтропическим, так как энтропия воздуха S при этом резко увеличивается.

Составим систему уравнений, связывающую параметры воздуха до скачка с параметрами воздуха за скачком. Первым присвоим индекс 1, а вторым — индекс 2.

Согласно закону сохранения массы масса частицы воздуха, которая за единицу времени пересечет фронт скачка уплотнения через единицу его поверхности по нормали к этой поверхности, не должна изменяться, поэтому

$$\rho_1 V_{1n} = \rho_2 V_{2n}. \quad (3.39)$$

Изменение количества движения рассматриваемой массы должно быть равно импульсу действующей на эту массу силы, следовательно

$$\rho_1 V_{1n} (V_{1n} - V_{2n}) = p_2 - p_1, \quad (3.40)$$

где $(p_2 - p_1)$ — разность давлений на частицу воздуха, пересекающую фронт скачка уплотнения. Эта разность численно равна импульсу силы, приложенной к этой частице, поскольку и время действия равно единице и площадь, на которую действует давление, также равна единице.

Следующим будет уравнение сохранения энергии воздуха до и за скачком уплотнения:

$$\frac{AV_1^2}{2g} + i_1 = \frac{AV_2^2}{2g} + i_2, \quad (3.41)$$

при написании которого учтено, что работа сил трения L_{tr} необратимо перевела часть энергии воздуха в тепло Q , которое полностью пошло на увеличение теплосодержания воздуха за скачком уплотнения. Другими словами, в правой части уравнения (3.41) взаимно уничтожены два равных по величине слагаемых Q и AL_{tr} .

Для воздуха как до, так и за скачком будет справедливо уравнение состояния идеального газа, т. е.

$$p_1 = g \rho_1 \cdot \frac{R_0}{\mu_{1cp}} \cdot T_1 \text{ и } p_2 = g \rho_2 \cdot \frac{R_0}{\mu_{2cp}} \cdot T_2,$$

где μ_{1cp} , μ_{2cp} — средние молекулярные веса воздуха соответственно до и за скачком;

R_0 — универсальная газовая постоянная.

Поделив друг на друга эти уравнения, получим

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \cdot \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{\mu_{1cp}}{\mu_{2cp}}. \quad (3.42)$$

Используем свойство касательных составляющих скорости $V_{1t} = V_{2t}$ и тогда из треугольников разложения скоростей до и за скачком (рис. 29) получим

$$\frac{V_{1n}}{\operatorname{tg} \Theta} = V_{1t} = V_{2t} = \frac{V_{2n}}{\operatorname{tg} (\Theta - \beta)},$$

т. е.

$$\frac{V_{2n}}{V_{1n}} = \frac{\operatorname{tg} (\Theta - \beta)}{\operatorname{tg} \beta}, \quad (3.43)$$

где Θ — угол между фронтом скачка и направлением на-бегающего потока (угол скачка).

Следующие два уравнения также получаются из треугольников разложения скоростей:

$$V_{1n} = V_1 \sin \Theta; \quad (3.44)$$

$$V_{2n} = V_2 \sin (\Theta - \beta). \quad (3.45)$$

Ранее отмечено, что при диссоциации свойства воздуха за скачком зависят от степени диссоциации и определяются температурой T_2 и давлением p_2 . Поэтому зависимости для i_2 , a_2 , S_2 , μ_{2cp} сложны и получаются после термодинамических расчетов в виде таблиц или графиков [14].

Замыкается система уравнений формулой для перехода от скорости потока за скачками уплотнения к числу M :

$$M_2 = \frac{V_2}{a_2}. \quad (3.46)$$

В полученной системе двенадцати уравнений (четыре из них заданы таблицами или графиками для t_2 , a_2 , S_2 , $\mu_{2\text{ср}}$) имеются следующие двенадцать неизвестных:

$$P_2, \rho_2, T_2, V_2, V_{2n}, M_2, \Theta, t_2, a_2, S_2, \mu_{2\text{ср}}, V_{1n}.$$

При этом должны быть известны следующие параметры газа до скачка: c_{p_1} , k_1 , p_1 , ρ_1 , T_1 , V_1 , M_1 , t_1 , a_1 , S_1 , $\mu_{1\text{ср}}$ и β , которые задаются не произвольно, поскольку связаны между собой рядом соотношений. Например, $t_1 = c_{p_1} T_1$; $M_1 = \frac{V_1}{a_1}$ и т. д.

Для решения полученной системы уравнения разработаны сравнительно простые методы. Если мы будем иметь дело с прямым скачком, то эти методы упрощаются, так как $\Theta = \pi/2$; $\sin^2 \Theta = 1$; $V_{1n} = V_1$ и $V_{2n} = V_2$. По этим же методам обычно определяют параметры воздуха и в случае переменных теплоемкостей.

Значительно проще выглядят методы для случая постоянных теплоемкостей, т. е. при $M < 5-6$, поскольку $\mu_{2\text{ср}} = \mu_1$, а вместо графиков или таблиц для t_2 , a_2 , S_2 пригодны простые формулы. По результатам расчетов составлены таблицы, позволяющие легко и быстро определить для воздуха с $k = 1,4$ по M_1 и β угол скачка, а также $\frac{p_2}{p_1}$; $\frac{\rho_2}{\rho_1}$; $\frac{T_2}{T_1}$ и отношение давлений торможения за скачком к давлению торможения до скачка $\frac{p_{20}}{p_{10}}$.

В практике расчетов скачков уплотнения для случая постоянной теплоемкости удобно применять графики ударных поляр (рис. 30). Ударной полярой называют геометрическое место концов вектора скорости за скачком V_2 , которое получается при заданных числах M_1 и k набегающего потока, если изменять угол клина β , а начало вектора V_2 все время удерживать в одной точке (полюсе). По существу ударная поляра представляет собой годограф скорости V_2 за скачком.

Ударная поляра позволяет найти величину V_2 , а также угол скачка Θ . Для этого следует из полюса 0 провести линию под углом клина β до пересечения с ударной полярой, построенной для требуемых M_1 (или V_1) и k , в точке p . Отрезок Op определяет величи-

ну V_2 , а угол между осью $0V_x$ и перпендикуляром к линии tp будет угол Θ .

Если приближать угол клина β к нулю, то с помощью поляры можно установить, что V_2 стремится к V_1 (интенсивность скачка падает, а угол скачка Θ стремится к величине $\arcsin \frac{1}{M_1}$, т. е. скачок превращается в линию слабых возмущений, которая, как установлено ранее, как раз и образует с вектором набегающего потока V_1 угол $\mu = \arcsin \frac{1}{M_1}$.

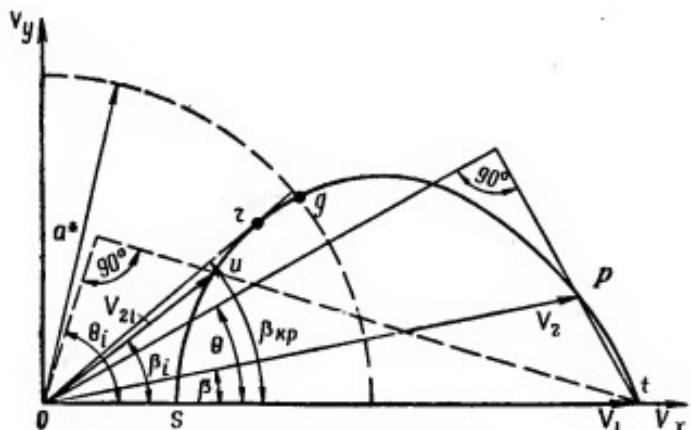


Рис. 30. График ударной поляры

Если увеличивать угол β , то конец вектора V_2 придет в точку g и V_2 будет равно критической скорости a^* . Если углы β такие, что конец V_2 находится на участке ударной поляры в пределах от точки g до точки r , то скорость за косым скачком уплотнения будет дозвуковой (меньше a^*), т. е. за косым скачком уплотнения поток газа может быть и сверхзвуковым и дозвуковым. За прямым же скачком уплотнения скорость потока всегда будет дозвуковая и равна $V_2 = \frac{a^{*2}}{V_1}$. Прямому скачку на ударной поляре соответствует точка S .

Что же будет со скачком уплотнения, если угол β продолжать увеличивать, превышая значения β_{kp} , соответствующего касанию линии Or ударной поляры в точке r ? Следовательно, для этого случая по ударной

поляре невозможно определить ни величину V_2 , ни значение Θ для косого скачка. Это значит, что косой скачок перестает быть прямолинейным и при $\beta > \beta_{\text{кр}}$ превращается в криволинейный отошедший скачок. Опыт подтверждает такой вывод. Отход и искривление скачка тем больше, чем больше угол клина β . С ростом числа M_1 набегающего потока отход скачка от острия клина, наоборот, уменьшается.

Участок ударной поляры от точки S до точки r пригоден для расчета отошедшего криволинейного скачка, если его считать состоящим из достаточно большого количества отдельных прямолинейных скачков, т. е. криволинейный фронт скачка заменить ломающей линией. Для определения величины скорости V_2 за каким-либо участком криволинейного скачка надо знать угол наклона этого скачка Θ_i к вектору V_1 . Откладывая под этим углом из полюса O линию и опуская на нее перпендикуляр из точки t , найдем на линии пересечения этого перпендикуляра и участка Sr ударной поляры точку u конца искомой скорости V_{2i} .

Форма криволинейного отошедшего скачка, если есть возможность воспроизвести опыт, может быть получена путем фотографирования этого скачка. В случае же отсутствия опытных данных выявить форму скачка можно лишь путем очень сложного и громоздкого расчета, производимого на электронных цифровых вычислительных машинах. Некоторые из таких расчетов были проведены Чушкиным П. И. и Шулниной Н. П. [15], которые составили таблицы, позволяющие определять координаты криволинейного отошедшего скачка при полете притупленных по сфере или эллипсоиду конических тел в воздухе с различными числами M . В этих таблицах даются также коэффициенты волнового сопротивления таких притупленных конических тел.

Отметим интересную особенность течения газа за криволинейным скачком: безвихревой изоэнтропический поток, прошедший такой скачок, перестает быть и безвихревым и изоэнтропическим. Это происходит потому, что интенсивность скачка в различных его местах различна. В средней части криволинейного скачка можно найти участок прямого скачка; по мере удаления от этого участка угол скачка уменьшается и интенсивность

изменения параметров газа, прошедших скачок, также уменьшается. Частицы газа на соседних траекториях будут иметь разную скорость и разное значение энтропии. Это приведет к тому, что образуется поперечный градиент скорости, который вызовет завихрение потока. Несмотря на то что энтропия частиц газа вдоль траекторий за скачком заметно изменяться не будет, ее значение различно для различных траекторий и поток нельзя считать изоэнтропическим (с одинаковой энтропией).

Если же скачок прямолинеен (прямой или косой), то этих явлений не происходит и за скачком поток будет оставаться безвихревым и изоэнтропическим. Когда кривизна скачка невелика, можно в первом приближении поток за скачком считать также безвихревым и изоэнтропическим.

§ 4. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Теоретическое определение аэродинамических коэффициентов наталкивается на большие, главным образом математические, трудности. Учитывая объем и назначение данной книги, ограничимся лишь простейшими примерами.

Начнем с определения аэродинамических коэффициентов, учитывающих силы трения воздуха о поверхность летящей в нем ракеты. С этой целью рассмотрим пластинку в потоке воздуха, а затем полученные данные распространим на ракету. Для выяснения сил трения воздуха об обтекаемую поверхность необходимо рассмотреть закономерности течения воздуха в пограничном слое. Будем считать воздух в пределах пограничного слоя вязкой несжимаемой жидкостью. Учесть влияние сжимаемости воздуха на его течение в пограничном слое можно путем введения корректировок в формулы, полученные для несжимаемой жидкости.

Рассмотрим для простоты лишь плоское установившееся течение, т. е. такое, при котором все параметры воздуха являются только функциями координат x и y (рис. 26). На практике в очень многих случаях изменения параметров воздуха по ширине пограничного слоя

незначительны, а поэтому результаты решения плоской задачи применяются широко.

Проанализируем течение воздуха в пограничном слое. Для этого посмотрим, как будут выглядеть основные уравнения аэродинамики для рассматриваемого случая. Уравнением состояния для несжимаемой жидкости будет условие $\rho = \text{const}$. Уравнение неразрывности для плоского потока получается из формулы (3.21)

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0. \quad (3.47)$$

Из формулы (3.25) при $\rho = \text{const}$ получим интеграл уравнения движения (уравнение Бернулли)

$$\frac{V^2}{2} + \frac{p}{\rho} = \text{const}. \quad (3.48)$$

Уравнение движения для вязкой жидкости от уравнения движения в форме Эйлера (3.23) должно отличаться наличием слагаемых, учитывающих силы внутреннего трения, которые мы, не делая сложного вывода, обозначим N_x и N_y :

$$V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + N_x; \quad (3.49)$$

$$V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + N_y. \quad (3.50)$$

В таком виде (с учетом сил вязкости) приведенные уравнения называются уравнениями Навье-Стокса.

Непосредственное решение системы уравнений для пограничного слоя весьма сложно и удается лишь при самых простейших граничных условиях. Например, известно точное решение движения вязкой жидкости около тонкой пластинки, принадлежащее академику Н. Е. Коциину (1944 г.).

Анализируя порядок слагаемых в уравнениях (3.49) и (3.50), можно прийти к выводу, что

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0. \quad (3.51)$$

Это важнейший результат анализа пограничного слоя.

Из формулы (3.51) следует, что давление по тол-

щине пограничного слоя постоянно и такое, какое оно есть на границе между свободным потоком и пограничным слоем. Иными словами, пограничный слой не изменяет давления в свободном потоке, поэтому справедлива гипотеза об отсутствии обратного влияния пограничного слоя на свободный поток. Сказанное выше позволяет рассчитывать давление у обтекаемой поверхности по формулам идеальной сжимаемой жидкости в свободном потоке, а замеряя давление у стенки потока, сравнивать его с расчетным, проверяя тем самым точность расчетных формул и самих расчетов. Ошибка, связанная с неучетом толщины пограничного слоя, мала, так как пограничный слой обычно тонкий.

Когда сказанное о постоянстве давления по толщине пограничного слоя не имеет места? Во-первых, тогда, когда δ соизмерима с размерами ракеты, что бывает в конце длинных обтекаемых поверхностей, а во-вторых, в зоне взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем, где давление по толщине пограничного слоя переменно.

Параметры воздуха в пограничном слое, а следовательно, и силы трения об обтекаемую поверхность существенным образом зависят от режима течения, который может быть ламинарным или турбулентным. При ламинарном течении частички воздуха движутся по плавным траекториям не перемешиваясь; само течение имеет слоистый характер. При турбулентном течении частицы воздуха движутся по сложным траекториям, перемещаются в поперечном направлении из слоя в слой и перемешиваются. Скорость воздуха и другие его параметры в данной точке турбулентного потока изменяются во времени около среднего значения. Эти изменения параметров носят случайный характер и называются пульсациями. Строго говоря, турбулентный поток всегда неустановившийся. Однако если применять средние постоянные значения параметров воздуха (p , ρ , T и \bar{V}), то такой осредненный турбулентный поток будет установившимся и для него будут справедливы ранее полученные зависимости.

Посмотрим на типичную картину обтекания воздухом некоторого тела (рис. 31). В носовой части тела возникает ламинарный пограничный слой a (рис. 31). Далее с ростом скорости потока он переходит в турбу-

лентный пограничный слой δ , в котором, однако, всегда в непосредственной близости к обтекаемой поверхности можно выделить ламинарный подслой ϵ . Переход от ламинарного к турбулентному режиму течения происходит не сразу, а в пределах некоторого переходного слоя θ .

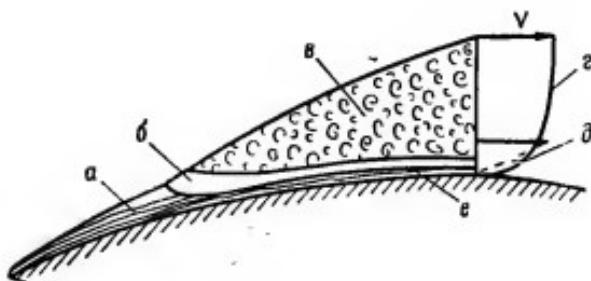


Рис. 31. Пограничный слой при обтекании тела потоком воздуха:

α — ламинарный пограничный слой; β — переходный слой;
 δ — турбулентный пограничный слой; ϵ — эпюра скорости в турбулентном слое; ϑ — эпюра скорости в ламинарном слое;
 ϵ — ламинарный подслой

Узнать, какой режим течения в пограничном слое, можно с помощью безразмерного числа Рейнольдса

$$Re = \frac{Vd\rho}{\mu},$$

где V — скорость потока;

d — характерный размер обтекаемой поверхности;

ρ — массовая плотность воздуха;

μ — коэффициент вязкости воздуха.

Физический смысл Re заключается в том, что оно является мерилом отношения сил инерции к силам вязкости в воздухе. Чем больше Re , тем большая доля приходится на силы инерции (ρV — количество движения единицы объема воздуха) и меньшая — на силы вязкости (μ определяет силы вязкости). При этом, конечно, легче возникнуть искривлениям траекторий частиц воздуха, завихрениям и перемешиванию, так как силы вязкости не могут преодолеть действие различных случайных импульсов, возникающих в воздухе. Переход от ламинарного к турбулентному режиму течения опреде-

ляется Re_{kp} — некоторым критическим значением числа Re . Если $Re < Re_{kp}$, то происходит ламинарное течение; если же $Re > Re_{kp}$ — то турбулентное.

При прочих равных условиях эпюра скоростей в турбулентном пограничном слое полнее, чем в ламинарном, а силы трения — больше (гл. 3 на рис. 31). Это объясняется различием в механизме трения в воздухе. При ламинарном течении трение осуществляется за счет перемещений молекул воздуха в их колебательном движении из слоя с одной скоростью в слой с другой скоростью. При турбулентном течении такие перемещения осуществляют целые частицы воздуха. Поэтому выравнивание скорости по толщине потока происходит быстрее.

Опыты показали, что изменение скорости по толщине пограничного слоя можно описать следующими зависимостями $V_x(y)$:

$$V_x = a + by + cy^2 + dy^3 \quad \text{для ламинарного режима течения,} \quad (3.52)$$

где a , b , c и d — коэффициенты, определяемые из физических соображений;

$$V_x = V \left(\frac{y}{\delta} \right)^{\frac{1}{7}} \quad \text{для турбулентного режима течения.} \quad (3.53)$$

Применяя формулы (3.52) и (3.53), из уравнений (3.47), (3.48), (3.49) и (3.51) можно определить характерные величины пограничного слоя у пластинки длиной L , расположенной под углом атаки $\alpha=0$ в невозмущенном потоке воздуха со скоростью V_∞ . Возмущения потока, вызываемые такой пластинкой, пренебрежимо малы, так что скорость на границе свободного потока и пограничного слоя везде равна V_∞ , а давление постоянно и равно p_∞ — давлению в невозмущенном потоке. Так, например, для ламинарного пограничного слоя толщина его δ на расстоянии x от начала пластины оказывается равной

$$\delta = \frac{4,64x}{Re_x^{0,5}}, \quad (3.54)$$

где $Re_x = \frac{V_\infty x \rho}{\mu}$.

Из формулы (3.54) видно, что толщина пограничного слоя тем больше, чем больше x и μ и чем меньше V_∞ .

Коэффициент трения ламинарного пограничного слоя C_f , определяющий силу трения воздуха о пластинку $X_f = C_f q S$, находится из выражения

$$C_f = \frac{1,3}{Re_L^{0,5}}, \quad (3.55)$$

где $Re_L = \frac{V_\infty L_p}{\mu}$.

Аналогичные формулы для турбулентного пограничного слоя имеют вид

$$\delta = \frac{0,37 x^{0,8}}{Re_x^{0,20}} \text{ и } C_f = \frac{0,074}{Re_L^{0,20}}. \quad (3.56)$$

Сравнение основных параметров ламинарного и турбулентного пограничных слоев приводит к следующим выводам.

У турбулентного пограничного слоя:

- быстрее растет V_x по толщине пограничного слоя (эпюра скоростей полнее);
- быстрее увеличивается толщина пограничного слоя по длине пластинки;
- коэффициент силы трения больше, чем у ламинарного пограничного слоя, т. е. турбулентное трение больше ламинарного;
- чем больше число Re , тем больше отличаются параметры ламинарного и турбулентного пограничных слоев.

Используя эти выводы, конструкторы ракет стремятся сделать профили крыльев и других поверхностей такими, чтобы пограничный слой был ламинарным, а сила аэродинамического сопротивления полету меньшей.

Формулы, полученные для пластинки, лежат в основе широко применяемого приближенного метода определения коэффициентов сил трения воздуха о поверхность ракеты. Этот метод справедлив при следующих допущениях:

- как в ламинарном, так и в турбулентном пограничном слое около ракеты действуют силы, которые

можно выразить формулами, полученными для пластиинки, омываемой несжимаемой жидкостью;

— переход от ламинарного к турбулентному пограничному слою осуществляется сразу, без переходной зоны;

— распределение параметров по длине турбулентного пограничного слоя такое же, как если бы турбулентный слой начинался с вершины головной части ракеты (кривая $O - b - e$ на рис. 32);

— срыва пограничного слоя с боковой поверхности ракеты не происходит.

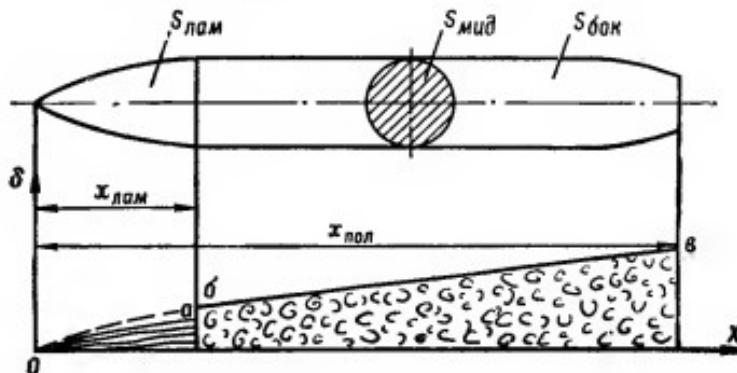


Рис. 32. Пограничный слой у тела вращения

Порядок расчета силы сопротивления трения таков.

1. По высоте полета определяются ρ_∞ и μ_∞ .

2. Из формулы

$$Re_{kp} = \frac{V_\infty x_{lam} \rho_\infty}{\mu_\infty}$$

определяется x_{lam} — длина ламинарного пограничного слоя (здесь Re_{kp} — критическое число Рейнольдса).

При этом, как показали опыты, можно считать для дозвуковых потоков $Re_{kp} = 4 \cdot 10^5$, а для сверхзвуковых — $Re_{kp} = 6,5 \cdot 10^5$.

3. Подсчитывается коэффициент силы трения для части ракеты, омываемой ламинарным пограничным слоем:

$$C_{f, lam} = \frac{1,3}{Re_{kp}^{0,50}}.$$

4. Подсчитывается коэффициент силы трения для части ракеты, омываемой ламинарным пограничным слоем, при условии, что эта часть омывается турбулентным пограничным слоем:

$$C_{f\text{тур}} = \frac{0,074}{Re_{\text{кр}}^{0,20}}.$$

5. Находится число Рейнольдса для всей длины тела $x_{\text{пол}}$:

$$Re_{\text{пол}} = \frac{V_{\infty} x_{\text{пол}} \rho_{\infty}}{\mu_{\infty}}.$$

6. Определяется $C_{f\text{тур}}$ (коэффициент силы трения для всего тела) при условии, что турбулентный пограничный слой будет на всей боковой поверхности $S_{\text{бок}}$. Это рекомендуется делать в зависимости от величины $Re_{\text{пол}}$ по формуле (3.56) или по различным эмпирическим формулам, обеспечивающим лучшее согласование с опытом.

7. Подсчитывается C_f (коэффициент силы трения для всей ракеты) с учетом того, что пограничный слой действует на поверхность $S_{\text{бок}}$, а сила трения ракеты определяется по миделеву сечению (наибольшему) $S_{\text{мид}}$:

$$C_f = C_{f\text{лам}} \cdot \frac{S_{\text{лам}}}{S_{\text{мид}}} + C_{f\text{тур}} \cdot \frac{S_{\text{бок}}}{S_{\text{мид}}} - C'_{f\text{тур}} \cdot \frac{S_{\text{лам}}}{S_{\text{мид}}},$$

где $S_{\text{лам}}$ — боковая поверхность ракеты, омываемая ламинарным пограничным слоем.

8. Определяется сила сопротивления ракеты в потоке от трения о боковую поверхность:

$$X_f = C_f \cdot \frac{\rho_{\infty} V_{\infty}^2}{2} \cdot S_{\text{мид}}.$$

Если ракета имеет крылья, плоскости и т. п., то для них аналогично определяются силы трения, которые потом суммируются с ранее найденной X_f .

Теперь познакомимся с явлением срыва потока с обтекаемой поверхности и посмотрим, когда происходит срыв и какие он имеет последствия. Для этого рассмотрим пограничный слой у криволинейной поверхности AB (рис. 33). На участке AM сечения струек воздуха уменьшаются, так как поток набегает на выпуклую

поверхность; скорости растут ($V_m > V_2 > V_1$) согласно уравнению неразрывности, а давления в потоке, а следовательно, и в пограничном слое уменьшаются (это видно из уравнения Бернулли (3.48), где $\rho = \text{const}$). На участке MB , наоборот, сечения струек воздуха увеличиваются, скорости уменьшаются ($V_5 < V_4 < V_3 < V_m$), давления по всему сечению пограничного слоя увеличиваются, что тормозит струйки воздуха по всему этому сечению. По сечению пограничного слоя струйки воздуха

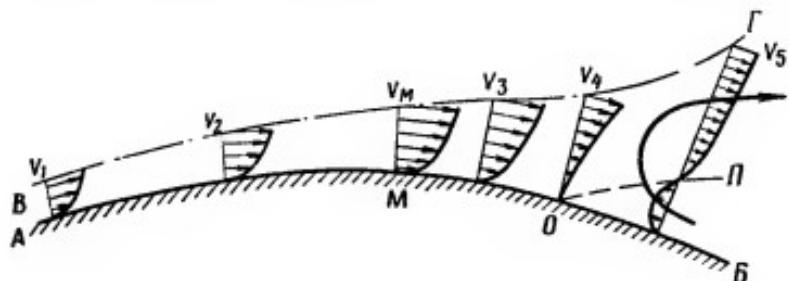


Рис. 33. Схема образования отрыва пограничного слоя от обтекаемой криволинейной поверхности:

AB — обтекаемая криволинейная поверхность; BG — граница между свободным потоком и пограничным слоем; M — точка на среднем сечении обтекаемого тела; O — точка отрыва пограничного слоя; $BOП$ — зона обратного течения

имеют различную кинетическую энергию. Эта энергия тем меньше, чем ближе струйка расположена к обтекаемой поверхности. Это и понятно, так как у этих струек скорость меньше. Следовательно, одинаковое увеличение давления по сечению пограничного слоя больше затормозит те струйки, которые ближе к обтекаемой поверхности и имеют меньшую кинетическую энергию. На обтекаемой поверхности может быть такая точка O (рис. 33), где $\left(\frac{\partial V_x}{\partial y}\right)_{y=0} = 0$ (касательная к эпюре скоростей будет направлена по нормали к обтекаемой поверхности). Здесь вблизи поверхности рост давления затормозил струйку. На участке OB давление продолжает расти и возникает движение воздуха от мест с большим давлением к местам с меньшим давлением, т. е. против течения в свободном потоке. Вдоль линии OP обратное движение взаимодействует с пограничным слоем и увлекается прочь от обтекаемой

поверхности. Происходит срыв потока, или отрыв, пограничного слоя. При этом в районе линии *ОП* зарождаются вихри. Точка *O* считается точкой отрыва пограничного слоя. На участке *OB* благодаря отрыву пограничного слоя давление резко падает, что увеличивает сопротивление тела потоку и уменьшает подъемную силу. С энергетической точки зрения увеличение сопротивления происходит за счет превращения кинетической энергии поступательного движения потока (или тела, если оно движется в воздухе) в энергию вращательного движения частиц воздуха. Чем круче изменяются очертания кормовых (хвостовых) частей обтекаемого тела, тем быстрее отрывается пограничный слой, так как при этом сечение струек будет быстрее возрастать, скорость — быстрее увеличиваться, а давление — быстрее расти и интенсивнее тормозить струйки воздуха в пограничном слое.

Сказанное выше показывает, что для практики важно уметь решать задачу пограничного слоя около криволинейной поверхности и определять точку отрыва пограничного слоя. Для этого имеются различные методы, изложение которых выходит за рамки настоящей книги.

На величину сил трения большое влияние оказывает чистота обтекаемой воздухом поверхности, характеризуемая высотой бугорков. Чем больше высота бугорков, тем больше сила трения. Подсчитать силу трения с учетом чистоты поверхности можно по различным эмпирическим формулам и графикам, полученным по данным опытов [12].

При больших скоростях полета ракеты в пограничном слое выделяется большое количество тепла, часть которого может отводиться в обтекаемую поверхность. Тепловые процессы в пограничном слое влияют на величину силы трения. Оказывается, что полученные ранее формулы можно применять и в том случае, когда параметры газа (ρ , μ) вычисляют при некоторой средней температуре, называемой определяющей, с которой познакомимся несколько позднее.

Как же определяются теоретически те аэродинамические коэффициенты, которые зависят от распределения давления по поверхности ракеты (за исключением той части ее поверхности, которая не омывается набегающим

потоком, оторвавшимся от нее)? Величина этих коэффициентов зависит от величины и характера распределения давления по поверхности ракеты. Следовательно, прежде всего необходимо определить теоретическим путем давление в любой интересующей нас точке поверхности ракеты. Это сложная теоретическая задача и решается она сравнительно легко лишь для тел с простыми формами поверхности (конус, пластина и пр.).

Рассмотрим обтекание конуса сверхзвуковым потоком (рис. 34) с углом атаки $\alpha=0$, так как он является типичной формой головных частей многих ракет. Оказывается, что в пространстве между поверхностью конуса и скачком уплотнения поток воздуха имеет интересное свойство: его параметры не изменяются вдоль любой образующей промежуточной конической поверхности, проведенной из вершины конуса под углом Θ . При этом $\beta_k < \Theta < \Theta_{ск}$, т. е. Θ изменяется от угла конуса β_k до угла скачка $\Theta_{ск}$. Однако на разных конических поверхностях параметры воздуха различны. Потоки с такими свойствами называются коническими.

Траектория частицы воздуха, проходящей через поверхность скачка уплотнения, поворачивается на угол $\beta_2 < \beta_k$, поэтому при дальнейшем движении частицы воздуха продолжается постепенный поворот ее траектории (рис. 34). Скорость при этом уменьшается, а давление растет.

Зависимости между параметрами воздуха до и за скачком и углом поворота потока β_2 при обтекании конуса сверхзвуковым потоком будут теми же, что и при обтекании клина. Это получается потому, что исходные

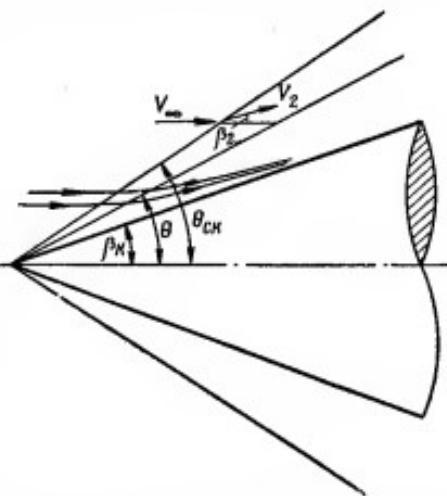


Рис. 34. Схема обтекания конуса сверхзвуковым потоком

уравнения будут в обоих случаях одинаковыми. Следует лишь помнить, что угол поворота потока при обтекании клина (плоский случай) равен углу клина, а при обтекании конуса — меньше угла конуса, в чем проявляется пространственность потока.

На рис. 35 изображена ударная поляра I , построенная для определенной скорости потока воздуха $V_1 = V_\infty$. Теоретическое решение задачи обтекания конуса позволило построить яблоковидную кривую 2 и целую сеть

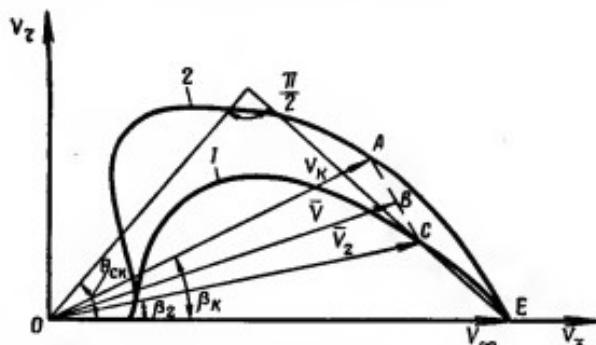


Рис. 35. Яблоковидная кривая для конусов, обтекаемых сверхзвуковым потоком со скоростью V_∞ :

1 — ударная поляра; 2 — яблоковидная кривая

пунктирных линий (типа ABC), являющихся годографами скорости потока \bar{V} между скачком уплотнения и поверхностью конуса. Чтобы найти скорость потока на поверхности конуса \bar{V}_k , следует из начала координат O провести прямую линию под углом конуса β_k до пересечения с яблоковидной кривой в точке A . Отрезок OA и будет вектором скорости \bar{V}_k на поверхности конуса. Если теперь из точки A провести в точку C пунктирную линию годографа скорости, то отрезок OC определит величину вектора скорости \bar{V}_2 потока за скачком, угол β_2 — угол поворота потока за скачком уплотнения. Угол скачка Θ_{sk} перед конусом определится между осью V_x и перпендикуляром, опущенным из начала координат на продолжение линии EC . По таблицам находим давление торможения за скачком p_{20} . Теперь по зависимо-

сти (3.38) можно найти давление на конусе $p_k = p_{\infty} \left(1 + \frac{k-1}{2} \cdot M_k^2\right)^{-\frac{1}{k-1}}$, которое, как мы знаем из свойств конического течения, будет по всей поверхности конуса одинаковым. Это дает возможность просто подсчитать силу лобового сопротивления конуса от давления X_b (волновое сопротивление), а следовательно, и C_{x_b} — коэффициент этой силы.

X_b равно произведению избыточного давления на поверхности конуса ($p_k - p_{\infty}$) на площадь проекции поверхности конуса на плоскость, перпендикулярную его оси, т. е. на $S_k = \pi r_k^2$. Таким образом,

$$X_b = (p_k - p_{\infty}) \pi r_k^2. \quad (3.57)$$

С другой стороны, X_b можно выразить через его аэrodинамический коэффициент:

$$X_b = C_{x_b} q S_k. \quad (3.58)$$

Сравнивая выражения (3.57) и (3.58), получим

$$C_{x_b} = \frac{p_k - p_{\infty}}{q} = \bar{p}_k, \quad (3.59)$$

т. е. коэффициент волнового сопротивления конуса при $\alpha = 0$ будет равен коэффициенту давления на поверхности конуса.

Для конуса составлены и таблицы, позволяющие по числу M_{∞} набегающего потока и углу конуса найти Θ_{sk} , p_k и даже C_{x_b} [13].

Решения для конуса служат основой для приближенного метода определения давления на поверхности тела вращения произвольной формы (рис. 36). Опыты показали, что давление в произвольной точке A очень близко к давлению, которое было бы на конусе с углом β_k , равным углу β_{ka} наклона касательной к оси тела вращения, проведенной к поверхности тела в точке A . Этот метод называется методом местных конусов и позволяет определить распределение давления по поверхности произвольного тела вращения и подсчитать соответствующие аэродинамические коэффициенты.

Как же определяются аэродинамические коэффициенты ракет сложной формы?

Наибольшее распространение получили полуэмпирические методы, которые предусматривают условное разделение ракеты на ряд характерных частей: головную, цилиндрическую и хвостовую (корковую) части корпуса, отдельные консоли крыла и оперения и т. д. Далее по теоретическим, или эмпирическим, формулам для

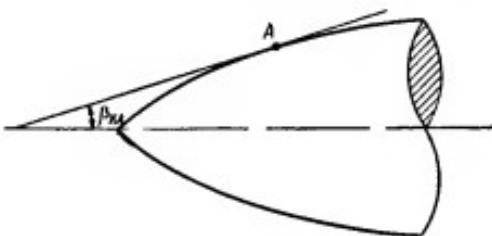


Рис. 36. Схема, иллюстрирующая метод местных конусов

данного числа M , высоты полета, углов α и β и геометрическим размерам вычисляются различные аэродинамические коэффициенты отдельных частей ракеты. Например, по формуле (3.9) определяется коэффициент индуктивного сопротивления крыла; с помощью метода местных конусов — коэффициент лобового сопротивления головной части ракеты и т. п. Аэродинамические коэффициенты небольших выступающих частей, как правило, оцениваются вместе по опытным данным. Затем, полагая справедливым принцип независимости действия сил, который заключается в том, что аэродинамические силы отдельных частей ракеты (а значит, и их коэффициенты) не влияют друг на друга, складывают аналогичные коэффициенты всех частей ракеты. Таким образом, получаются аэродинамические коэффициенты всей ракеты.

Принцип независимости действия сил оказывается справедливым далеко не всегда, поэтому приходится в полученные аэродинамические коэффициенты ракеты вводить поправки на взаимное влияние сил друг на друга.

§ 5. ОПЫТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

В начале § 2 была приведена краткая характеристика методов опытного определения аэродинамических коэффициентов. Остановимся подробнее на испытаниях моделей ракет в аэродинамических трубах и на летных испытаниях.

Аэродинамическая труба представляет собой устройство, в рабочей части которого создается равномерный

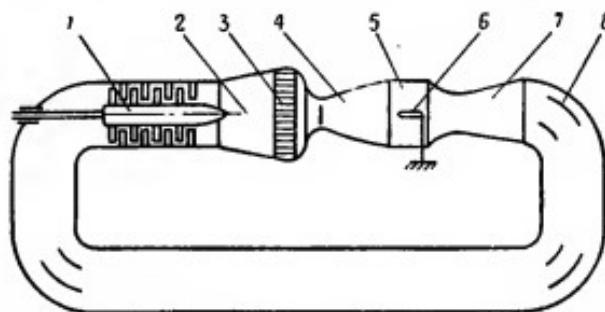


Рис. 37. Схема аэродинамической трубы с замкнутым контуром:

1 — компрессор; 2 — форкамера; 3 — спрямляющая решетка;
4 — сопло; 5 — закрытая рабочая часть; 6 — модель ракеты;
7 — диффузор; 8 — поворотные лопатки

поток воздуха, который перемещается с различными скоростями (или числами M) и воздействует на исследуемую модель, геометрически подобную ракете и выполненную в уменьшенном масштабе.

Известно большое количество различных видов аэродинамических труб: продолжительного и кратковременного действия, с открытой и закрытой рабочей частью, с круглым или прямоугольным сечением рабочей части и т. п. По диапазону скорости потока аэродинамические трубы делятся на дозвуковые (M до $\sim 0,8$), околозвуковые или трансзвуковые (M от $\sim 0,8$ до 1,3), сверхзвуковые (M от $\sim 1,3$ до 4—5) и гиперзвуковые (M более 4—5).

Познакомимся с устройством часто применяемых в практике аэродинамических труб.

Достаточно типична аэродинамическая труба с замкнутым контуром (рис. 37), по которому циркулирует

воздух. В этом случае мощность компрессора I затрачивается на преодоление всех сопротивлений движению воздуха внутри аэродинамической трубы. Для уменьшения величины этих потерь внутренние стеки трубы делают гладкими, повороты — плавыми. Этой же цели служат поворотные лопатки 8 , устанавливаемые в местах поворота потока. В аэродинамической трубе замкнутого типа рабочая часть 5 с моделью 6 может быть как открытой, так и герметически закрытой. В последнем случае нет подсоса воздуха из окружающего трубы пространства, потери на трение воздуха о стеки рабочей части меньше потерь на трение воздуха о воздух и есть возможность до опыта откачать часть воздуха из трубы, чтобы уменьшить потребную для создания определенной скорости мощность компрессора. Иногда же, наоборот, в трубу накачивают специальный тяжелый газ (например, фреон), скорость звука в котором мала, а число $M = \frac{V}{a}$ поэтому при одинаковой скорости потока велико. Из рабочей части трубы воздух попадает в специальное устройство (диффузор), которое тормозит поток, преобразуя его кинетическую энергию в потенциальную. Проходя путь от диффузора до компрессора с меньшей скоростью, воздух меньше теряет своей энергии на преодоление сопротивлений.

Аэродинамические трубы замкнутого типа могут быть не только дозвуковыми, но и трансзвуковыми и даже сверхзвуковыми. Если поток в рабочей части сверхзвуковой, то для его торможения диффузор должен быть сначала суживающимся, а потом расширяющимся. Однако следует иметь в виду, что для создания сверхзвукового потока необходима очень большая мощность компрессора. Например, мощность компрессора сверхзвуковой трубы с сечением рабочей части $40 \times 40 \text{ см}^2$ достигает 900 л. с. Поэтому чаще всего сверхзвуковые трубы делают с кратковременным действием.

На рис. 38 изображена схема сверхзвуковой аэродинамической трубы кратковременного действия баллонного типа с подогревом воздуха и эжекцией. Электродвигатель 1 приводит в действие компрессор 2 , который за время подготовки к опыту должен в батарее баллонов 7 создать необходимый запас воздуха. Для уменьшения емкости баллонов воздух в них нагнетается под

большим давлением. Воздух должен удовлетворять следующим требованиям: не должен содержать примесей масла, которые попадают в него в компрессоре, а также не должен иметь паров воды, которые при низкой температуре будут конденсироваться в рабочей части трубы, нарушать однородность потока и покрывать модель слоем льда. Поэтому воздух до того, как он попадет в баллоны, подвергают тщательной очистке.

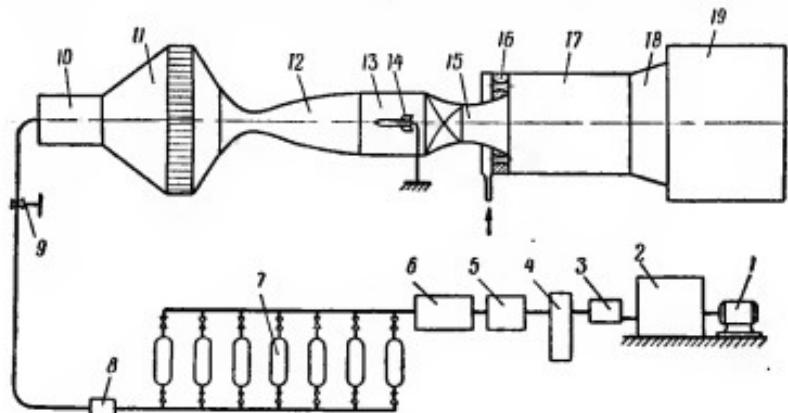


Рис. 38. Схема сверхзвуковой аэродинамической трубы баллонного типа с подогревом воздуха и эжекцией:

1 — электродвигатель; 2 — компрессор; 3 — холодильник; 4 — маслоотстойник; 5 — ресивер; 6 — осушитель; 7 — батарея баллонов; 8 — редуктор; 9 — быстродействующий клапан; 10 — подогреватель; 11 — форкамера; 12 — сопло; 13 — закрытая рабочая часть трубы; 14 — модель ракеты; 15 — диффузор; 16 — эжектор; 17 — камера смешения; 18 — диффузор; 19 — глушитель

Прежде всего воздух охлаждают в холодильнике 3, где пары масла превращаются в жидкость, которая отделяется от воздуха в маслоотстойнике 4. Затем воздух попадает в ресивер 5, в котором расширяется, охлаждается и теряет основную массу содержащейся в нем воды. Остатки воды удаляются из воздуха в осушителе 6. Давление в форкамере 11 трубы обычно не превышает нескольких атмосфер, поэтому воздух пропускают через редуктор 8, который уменьшает давление до требуемой величины. С помощью быстродействующего клапана 9 обеспечивается подача воздуха в аэродинамическую трубу. Чем выше скорость потока воздуха в рабочей части трубы 13, тем меньше его температура. При числах $M \approx 3,5$ в открытой рабочей

части и около 5—6 в герметически закрытой рабочей части температура воздуха становится такой низкой, что начинается конденсация кислорода воздуха. Чтобы избежать этого и иметь возможность увеличить скорость воздуха в трубе, его подогревают в специальном устройстве 10. В форкамере 11, куда попадает подогретый воздух, он проходит через специальную решетку, которая уменьшает завихренность (турбулентность) потока. Необходимая скорость потока создается сменным соплом 12, которое спрофилировано так, что на модель ракеты 14, помещенной в рабочей части трубы 13, набегает равномерный поток воздуха. Для уменьшения потерь в трубе на выходе из рабочей части помещают диффузор 15, в суживающейся части которого воздух, проходя систему косых скачков, тормозится до дозвуковой скорости. Торможение потока продолжается затем в расширяющейся части диффузора. Скорость потока в рабочей части можно сделать тем больше, чем меньше давление на выходе из диффузора. Уменьшить это давление можно с помощью эжектора. Если воздух под давлением пропустить через сопловый блок эжектора 16 и разогнать до большой скорости, то в камере смешения 17 у выхода из диффузора 15 образуется зона пониженного давления. Другими словами, эжектор обеспечит подсос воздуха из диффузора, увеличит перепад давления на входе и выходе из рабочей части трубы и тем самым увеличит скорость потока и число M трубы. Для уменьшения шума, производимого аэродинамической трубой, скорость воздуха уменьшают в диффузоре 18 и подают его в глушитель 19 — камеру больших размеров, наполненную звукопоглощающим материалом. Лишь пройдя глушитель, воздух с небольшой скоростью выбрасывается в атмосферу.

Таким образом, современная сверхзвуковая аэrodинамическая труба представляет собой сложный комплекс сооружений и оборудования, но позволяет получать равномерные потоки воздуха с большим числом M .

На рис. 39 дана схема устройства и принципа действия типичной гиперзвуковой аэродинамической ударной трубы. В отсек 1 высокого давления компрессором нагнетается легкий газ (например, водород). При расчетном давлении разрывается диафрагма 2 и

легкий газ с огромной скоростью устремляется в отсек 3 низкого давления, где предварительно было создано высокое разрежение воздуха. По воздуху в отсеке 3 идет сначала ударная волна, а затем водород, поступающий из отсека 1. Между ними воздух образует так называемую рабочую пробку, которая, проходя через сопло, приобретает равномерное поле скоростей и обтекает модель ракеты 4, помещаемую в рабочей части трубы 5.

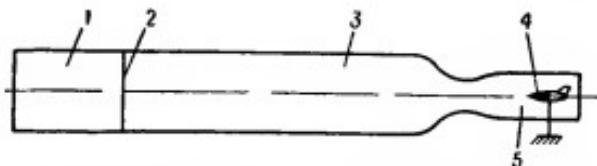


Рис. 39. Схема ударной аэродинамической трубы:
1 — отсек высокого давления; 2 — диафрагма; 3 — отсек низкого давления; 4 — модель ракеты; 5 — рабочая часть трубы

Ударная аэродинамическая труба позволяет получить числа M до 20 и даже более. Однако время, в течение которого модель обдувается потоком с равномерной скоростью, очень мало и составляет всего около 10^{-5} сек. Но и за столь малый промежуток времени современные приборы позволяют замерить давление и температуру воздуха, обтекающего модель. Ударные трубы применяются главным образом для определения свойств воздуха при гиперзвуковых скоростях.

При проведении опытов в аэродинамических трубах применяются следующие методы, позволяющие определять качественную картину обтекания модели ракеты потоком воздуха, а также получать достаточно точную оценку величин сил и моментов (или их коэффициентов), действующих на модель ракеты.

Если установить модель ракеты с помощью специальной державки на аэродинамических весах, то можно замерить непосредственно составляющие главного вектора аэродинамических сил и подсчитать соответствующие коэффициенты, например C_x , C_y , m . Конструкции аэродинамических весов разнообразны

(механические, тензометры и пр.) и позволяют производить замеры сил с большой точностью.

Для выяснения распределения давления по отдельным поверхностям модели ракеты или даже по всей ее поверхности проводят так называемые дренажные испытания. Для этого в интересующих нас точках поверхности модели высверливают отверстия и тогда с помощью металлических или резиновых трубок давление воздушного потока, создаваемого аэродинамической

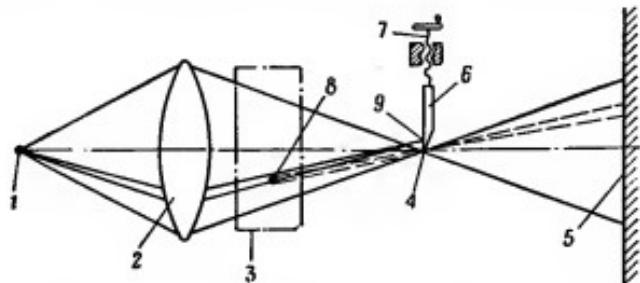


Рис. 40. Схема установки для получения шлирных фотоснимков:

1 — источник света; 2 — линза; 3 — рабочая часть аэродинамической трубы; 4 — фокус; 5 — экран; 6 — ножевая диафрагма; 7 — микрометрический винт; 8 — зона уплотнения воздуха; 9 — точка попадания преломленного уплотнением луча

трубой, от этих отверстий передается на манометры и замеряется. Зная распределение давления по поверхности модели, можно с помощью теоретических зависимостей определить коэффициенты аэродинамических сил и моментов, приложенных к модели ракеты в данном опыте. Кроме того, можно установить наличие или отсутствие отрыва потока от обтекаемой поверхности и место, где он произошел.

В распоряжении аэродинамика-экспериментатора имеется и несколько оптических методов исследования. Остановимся на двух наиболее важных и широко применяемых: шлирном и интерференционном. Шлирный метод позволяет получить весьма наглядную картину обтекания, так как на фотографии около модели видны и зоны повышенного давления, и зоны разрежения, а также отчетливо изображаются в виде темных полос скачки уплотнения. Схема установки для получения шлирных спектров обтекания изображена на рис. 40.

От источника 1 лучи света с помощью линзы 2 проходят через рабочую часть аэродинамической трубы 3, сходятся в фокусе 4 и подаются на экран 5. Ножевая диафрагма 6 микрометрическим винтом 7 передвигается вверх или вниз и перед началом опыта устанавливается так, чтобы ее острье было у самого фокуса 4, а экран при этом имел равномерную небольшую освещенность. Пусть во время продувки модели в зоне 8

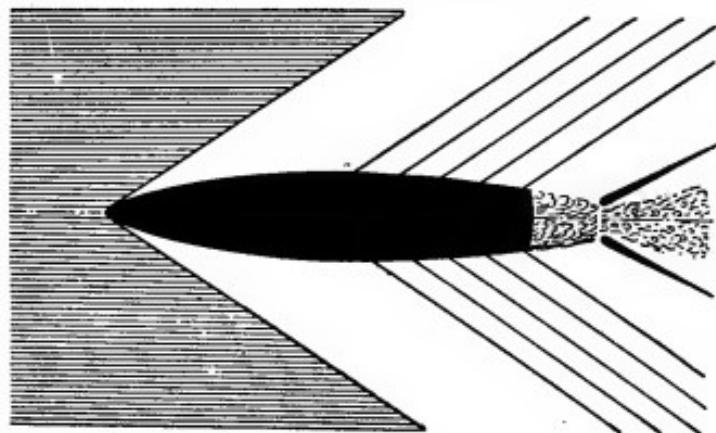


Рис. 41. Шлирная фотография обтекания модели ракеты сверхзвуковым потоком

рабочей части аэродинамической трубы произойдет изменение плотности воздушного потока. Воздух при этом перестанет быть оптически однородной средой и будет преломлять лучи света в сторону места, где плотность воздуха больше. Если в районе зоны 8 произошло местное уплотнение потока, то лучи преломляются, пройдут выше фокуса 4 и будут задержаны диафрагмой в точке 9, т. е. на экран не попадут. Отсюда становится понятным, почему скачки уплотнения на экране (или на фотографии его) получаются в виде темных (неосвещенных) полос. Наоборот, зоны разрежения будут выглядеть более светлыми, чем общий фон экрана, так как преломленные ими лучи света идут ниже фокуса 4 и дополнительно освещают соответствующие места на экране. На рис. 41 приведена типичная шлирная фотография обтекания модели неоперенной ракеты сверх-

звуковым потоком, на которой отчетливо видна форма скачков уплотнения, а также области сжатия, разрежения и вихревой след за дном модели.

Интерференционный метод используется для опытного определения поля плотности воздуха около исследуемой модели. Зная же плотность воздуха ρ в какой-либо точке потока, можно с помощью теоретических зависимостей, полученных ранее, рассчитать в этой точке

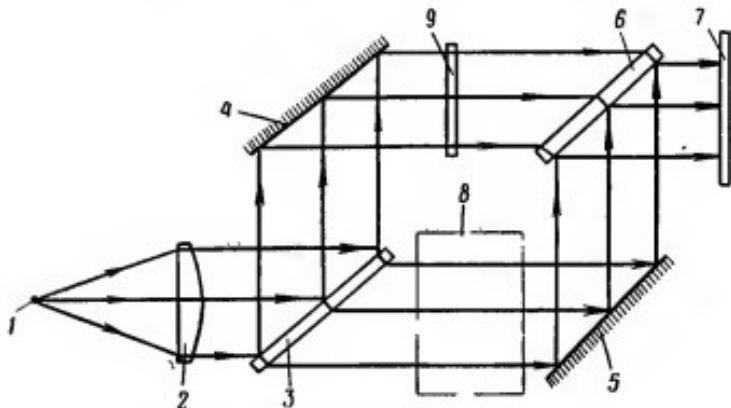


Рис. 42. Схема четырехзеркального интерферометра:
1 — монохроматический источник света; 2 — линза; 3 и 6 — полупрозрачные зеркала; 4 и 5 — зеркала; 7 — экран; 8 — рабочая часть аэродинамической трубы; 9 — прозрачное стекло

и давление, и скорость, и температуру воздуха. Например, давление определяется по известной плотности из уравнения аднабаты (3.30). Скорость определяется из уравнения Бернулли (3.29) по известным величинам ρ и p , а для определения температуры применяется уравнение состояния газа (3.18).

Как же в интерференционном методе определяется плотность воздуха? Чтобы ответить на этот вопрос, следует вспомнить, что свет представляет собой электромагнитные колебания определенной частоты. Если два луча света от одного источника пройдут одинаковый оптический путь, то фаза колебания у них также будет одинаковой. Если же оптический путь этих лучей будет различен, то, приходя в одну точку, они будут иметь разную фазу колебаний. Явление оптической интерференции заключается во взаимодействии лучей света с раз-

ными фазами колебания. При этом на экране, куда падают такие лучи, не будет однородной освещенности, появится какая-то картина с чередованием светлых и темных мест.

Познакомимся со схемой четырехзеркального интерферометра (рис. 42). От источника света I лучи через линзу 2 подаются параллельными пучками на полупрозрачное зеркало 3 , которое часть лучей отражает, а часть пропускает. С помощью зеркал 4 и 5 отраженные и прошедшие сквозь зеркало 3 лучи попадают на полупрозрачное зеркало 6 , которое собирает их вместе и подает на экран 7 . Рабочая часть 8 аэродинамической трубы находится между зеркалами 3 и 5 .

Если рабочая часть аэродинамической трубы закрыта, то для компенсации изменения величины оптического пути света, проходящего через

прозрачные стекла в рабочей части трубы, между зеркалами 4 и 6 ставят соответствующее прозрачное стекло 9 . Перед опытом полупрозрачное зеркало поворачивают на небольшой угол, поэтому лучи, отражаемые зеркалами 4 и 5 , не будут совмещаться на зеркале 6 и на экране появится интерференционная картина в виде параллельных темных полос, соответствующая невозмущенному потоку с однородным полем плотности. Модель ракеты в потоке воздуха изменяет его плотность. Оптический путь лучей света, проходящих через участки потока с различной плотностью, различен. Это искажает первоначальную интерференционную картину, полосы искривляются (рис. 43). Из физики известно, что изменение плотности воздуха можно подсчитать, если знать смещение интерференционной полосы:

$$\rho = \rho_0 \left[1 + \frac{m\lambda}{l(n-1)} \right],$$

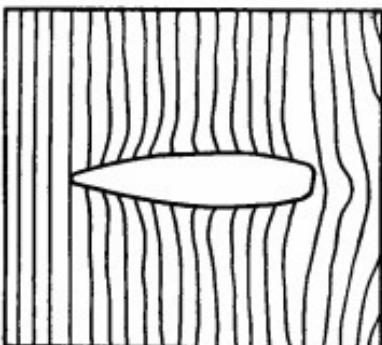


Рис. 43. Интерференционная картина обтекания модели ракеты

где ρ — плотность воздуха в той точке потока, где смещение полосы равно m долей первоначального расстояния между полосами;
 ρ_0 — плотность невозмущенного потока;
 λ — длина волны света, посыпаемого источником;
 l — ширина рабочей части аэродинамической трубы;
 n — показатель преломления света воздухом.

Рассмотрим летные испытания. Во время летных испытаний можно следить за полетом ракеты с Земли

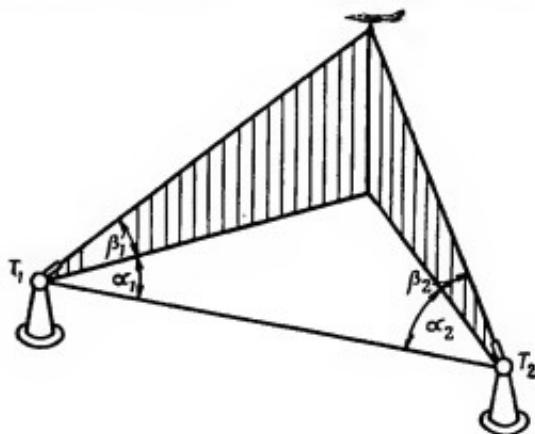


Рис. 44. Схема определения положения ракеты в пространстве с помощью двух фототеодолитов

и, например, с помощью двух фототеодолитов, расположенных на концах определенным образом выбранной базы T_1, T_2 (рис. 44) с известной нам протяженностью (длиной), фотографировать ракету через некоторые промежутки времени. Зная для каждого момента времени значения углов α_1, β_1 и α_2, β_2 (рис. 44), можно определить положение ракеты в пространстве. Знание траектории и скорости полета ракеты позволяет проверить точность расчетов и уточнить отдельные расчетные величины.

Недостаток применения фототеодолитов заключается в необходимости вести летные испытания в хорошую, ясную погоду и устраняется заменой фототеодолитов двумя радиолокаторами, работающими синхронно. Хотя

положение ракеты в пространстве может быть определено и одним радиолокатором, однако наличие второго позволяет увеличить надежность и точность данных испытаний. Может быть использован метод замера скорости полета ракеты, основанный на эффекте Допплера. Радиолокатор, следя за ракетой, посылает на нее радиолуч с определенной постоянной частотой колебаний. Частота колебаний отразившегося от ракеты радиолуча непрерывно измеряется специальным устройством радиолокатора. По этой частоте определяется скорость удаления или приближения ракеты к пункту, где расположен радиолокатор. Таким образом, в любой момент времени нам будет известна величина $\frac{dr}{dt}$ — производная от расстояния между радиолокатором и ракетой r по времени t . Зная $\frac{dr}{dt}$ и траекторию ракеты, можем найти скорость ее в любой момент времени.

Ограничность данных, получаемых при слежении за полетом ракеты с Земли (траектория и скорость полета), обусловило то, что на борту ракеты стали помещать различные датчики и посредством телеметрической аппаратуры передавать их данные на Землю. Большое значение имеет информация, получаемая с ракеты от датчиков ускорения. Для определения силы лобового сопротивления и подъемной силы необходимо знать угол атаки ракеты, который также непрерывно замеряется по траектории. Одним из способов замера угла атаки является регистрация разности давлений воздушного потока, обтекающего насадок, помещенный у носовой части ракеты, с отверстиями с разных сто-рои. При угле атаки $\alpha=0$ давления у всех отверстий насадка одинаковы. Если угол атаки $\alpha \neq 0$, то давления не будут одинаковы и по их разности можно определить величину угла атаки (например, протаривав насадок заранее в аэродинамической трубе). По величине аэродинамических сил подсчитываются соответствующие аэродинамические коэффициенты. Интегрируя данные датчиков ускорений, получают значения соответствующих скоростей, более точных, чем при фотографировании ракеты на траектории. Кроме перечисленного выше, во время летных испытаний замеряются температура поверхности ракеты в различных точках, углы

крана, углы отклонения рулевых органов и т. п. Для ракет, стабилизирующихся на траектории вращением вокруг своей продольной оси, важно знать изменение угловой скорости собственного вращения по траектории. Эти данные можно получить от радиовзрывателя с дипольной антенной. В течение каждого оборота ракеты дважды ось диполя будет направлена на приемник, а поэтому сигнал будет проходить через свое наименьшее значение. Угловая скорость будет определяться, таким образом, половиной частоты, модулирующей принятые с ракеты радиосигналы.

За рубежом поведение оси вращающейся ракеты определяют с помощью солнечной камеры, имеющей щель, через которую на фотопленку за каждый оборот ракеты попадает изображение солнца в виде черточки. Кроме того, имеется другая щель, идущая перпендикулярно продольной оси ракеты и дающая на фотопленке линию отсчета. Расстояние от черточки до линии отсчета зависит от угла между осью ракеты и направлением на солнце. Таким образом, регистрируется величина угла между осью ракеты и направлением на солнце по всей траектории. Солнечная камера позволяет узнать не только этот угол, но и число оборотов ракеты в единицу времени и подсчитать такие коэффициенты, как m_x , C_{RMa} и др.

§ 6. ТИПОВЫЕ ФУНКЦИИ СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВОЗДУХА

Одна из важнейших аэродинамических характеристик ракет — коэффициент лобового сопротивления C_x . Поэтому он наиболее полно изучен как для снарядов, так и для ракет различного назначения. Оказывается, что у ракет (или снарядов), близких по аэrodинамической форме, графики зависимостей $C_x \left(\frac{v}{a} \right)$ или $C_x(M)$ идут так, что для различных значений числа M их отношение можно принять примерно постоянным.

Если принять значения $C_x(M)$ для какой-либо типовой ракеты с наиболее часто встречающейся аэродинамической формой за эталонные, обозначив их $C_{x\text{эт}}(M)$, то для любой ракеты с похожими внешними очертаниями

ниями и с зависимостью $C_x(M)$ будет соблюдаться следующее условие:

$$i \approx \frac{C_x(M)}{C_{x_{\text{эт}}}(M)}, \quad (3.60)$$

где i — коэффициент формы данной ракеты по отношению к ракете, принятой за эталонную.

Чем более похожи очертания ракеты на эталонную, т. е. чем ближе эти ракеты по геометрическому подобию их формы, тем точнее соблюдается значение формулы (3.60). Это дает возможность не производить больших и дорогостоящих работ по определению $C_x(M)$ для каждой вновь проектируемой ракеты на первых этапах ее создания, а ограничиться лишь определением ее коэффициента формы по отношению к ракете, близкой по аэродинамической форме к рассматриваемой. Тогда необходимая зависимость $C_x(M)$ ракеты будет получена из выражения (3.60).

Необходимое в расчетах траекторий значение силы лобового сопротивления ракеты (снаряда, мины и пр.) при различных значениях числа M будет определяться из выражения

$$X = S \cdot \frac{\rho v^2}{2} \cdot i C_{x_{\text{эт}}}(M). \quad (3.61)$$

Численные значения i зависят от вида выбранной за эталонную ракеты, а поэтому, приводя значение i для той или иной ракеты, всегда следует указывать, применительно к какому типовому или эталонному виду $C_{x_{\text{эт}}}(M)$ определено значение i .

Удобно использовать i для согласования расчета по определению дальности стрельбы с опытом. В этом случае i будет учитывать не только форму ракеты, но и все факторы, не отраженные в расчете (например, колебания продольной оси ракеты). Этим можно объяснить некоторое различие численных значений коэффициента формы, определенных как коэффициент согласования с опытом при стрельбе одинаковыми ракетами, но под различными углами бросания и при различных скоростях в конце работы двигателя.

В расчетах траекторий удобно иметь дело не с силой лобового сопротивления X , а с ускорением J , сообщаемым ракете этой силой. Если обозначить массу

ракеты в данный момент буквой m , то на основании второго закона (механики) Ньютона

$$J = \frac{X}{m}. \quad (3.62)$$

Приведем формулу (3.62) к виду, более удобному в расчетах с помощью формулы (3.61), а также очевидных соотношений $S = \frac{\pi d^2}{4}$; $\Pi = g \rho$, где d — характерный размер ракеты (например, диаметр миделевого сечения), а Π — удельный вес воздуха.

С учетом сказанного будем иметь

$$J = \frac{1}{m} \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{\Pi}{g} \cdot \frac{v^2}{2} \cdot iC_{x_{\text{ст}}} (M).$$

Это уравнение можно более кратко записать так:

$$J = CH(y) vG(v), \quad (3.63)$$

или

$$J = Ev, \quad (3.64)$$

где $C = \frac{id^n \cdot 10^3}{mg}$ — баллистический коэффициент; (3.65)

$$H(y) = \frac{\Pi}{\Pi_{0N}};$$

$$G(v) = \frac{\pi}{8} \cdot 10^{-3} \cdot \Pi_{0N} v C_{x_{\text{ст}}} (M) =$$

$$= 4,74 \cdot 10^{-4} \cdot v C_{x_{\text{ст}}} (M);$$

$$E = CH(y) G(v);$$

$G(v)$ — функция сопротивления воздуха ракеты, принятой за эталонную.

В практике расчета траекторий широко применяются таблицы для типовых функций $G(v)$, составленные применительно к так называемым законам сопротивления воздуха: «Сиаччи», «1930 г.» и «1943 г.», и полученные путем обработки большого количества опытных стрельб артиллерийскими снарядами. При применении этих законов следует помнить, что в законе «Сиаччи» эталонным снарядом был плохо обтекаемый снаряд времен до первой мировой войны, в законе «1930 г.» — снаряд с очень хорошей аэродинамической формой (дальнобойный), но со сравнительно малым

количеством взрывчатого вещества, а в законе «1943 г.» — типичный снаряд времени Великой Отечественной войны с хорошим наполнением и за счет этого несколько ухудшеною формы.

В теории полета часто применяется функция $F(v) = G(v) \cdot v$. С учетом этого формула для силы лобового сопротивления будет иметь вид

$$X = mCH(y)F(v). \quad (3.66)$$

На рис. 45 показаны графики типовых функций $F(v)$ для различных законов сопротивления. Эти графики

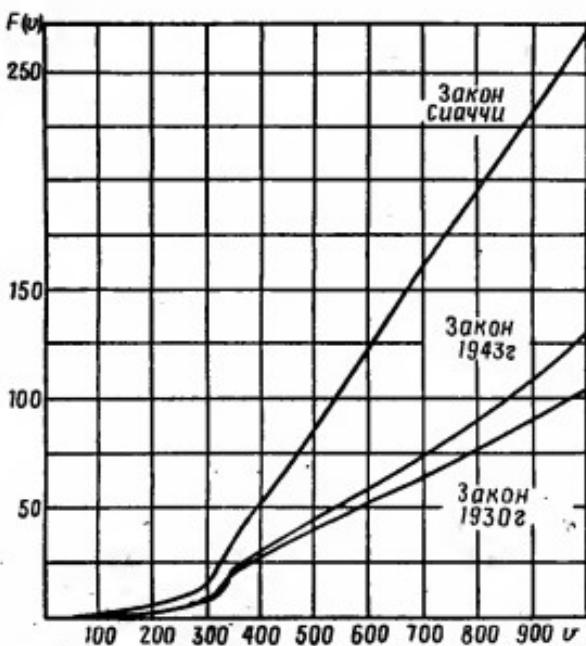


Рис. 45. Функции $F(v)$ для различных законов сопротивления

позволяют сделать следующие выводы. Во-первых, сопротивление растет непрерывно с ростом скорости полета. Во-вторых, этот рост особенно интенсивен в области околозвуковых скоростей полета. И наконец, сопротивление тем больше, чем хуже аэродинамическая форма снарядов, принятых за эталонный. Например,

сравним $F(v)$ для дальнобойного снаряда (закон «1930 г.») и снаряды с малым удлинением головной части (закон «Сначчи»).

Типовые функции сопротивления воздуха особенно распространены при расчете траекторий снарядов (мин) ствольной артиллерии.

В случае применения индивидуальной зависимости $C_x(M)$, полученной расчетом или на опыте для данной ракеты, целесообразно подсчитать J по следующей формуле:

$$J = 0,474 \cdot \frac{d^2}{mg} \cdot v^2 C_x(M) H(y)$$

§ 7. ОСОБЕННОСТИ АЭРОДИНАМИКИ ПОЛЕТА РАКЕТ В ВЫСОКИХ СЛОЯХ АТМОСФЕРЫ И С ГИПЕРЗВУКОВЫМИ СКОРОСТЯМИ

Такие типы ракет, как межконтинентальные баллистические, антиракеты, поднимаются на сотни километров над поверхностью Земли, где плотность воздуха незначительна. Среднее расстояние, которое проходят молекулы воздуха до столкновения друг с другом, называемое длиной свободного пробега молекул, в высоких слоях атмосферы может быть весьма большим. И действительно, если на уровне моря при нормальных условиях длина свободного пробега молекул воздуха равна примерно $6,4 \cdot 10^{-5}$ м, то на высоте 80 км она уже более 3 мм, а на высоте 150 км достигает 40 м. Принятая нами ранее гипотеза о том, что воздух является сплошной средой, неприменима на больших высотах, так как длина свободного пробега молекул воздуха λ сопоставима с характерным размером ракеты L и каждая молекула, взаимодействуя с поверхностью ракеты, почти не испытывает соударений с другими молекулами. Следовательно, частота столкновений молекул меньше частоты столкновений с ракетой. В плотных же слоях атмосферы каждая молекула воздействует на поверхность ракеты в тесном взаимодействии с другими молекулами, так как непрерывно соударяется с ними. Раздел аэродинамики, изучающий свойства разреженных потоков воздуха, называют супераэродинамикой.

В зависимости от величины отношения $\frac{\lambda}{L} = K$, называемого числом Кнудсена, различают следующие виды течения воздуха. Если $K < 0,01$, то течение сплошное и для него пригодны полученные нами выше закономерности. Если же $K > 10$, то течение свободномолекулярное, т. е. молекулы воздуха практически не влияют на полет друг друга. Между этими течениями можно выделить течение со скольжением, которое наступает при $0,01 < K < 0,10$ и характерно скольжением молекул около поверхности ракеты. В области $0,10 < K < 10$ свойства потока воздуха весьма сложны, они похожи частично на свойства свободномолекулярного потока, частично на свойства течения со скольжением. Такие потоки относят к переходным режимам течения.

Познакомимся со свойствами свободномолекулярных потоков воздуха. Ракета в свободномолекулярном потоке не влияет на его параметры, поскольку отраженные от ее поверхности молекулы в условиях большой длины свободного пробега практически не воздействуют на поток из-за крайне редких столкновений. Поэтому перед ракетой не возникают скачки уплотнений даже при больших сверхзвуковых скоростях. Для определения силы сопротивления полету ракеты необходимо знать величины и направления скоростей молекул до и после удара о поверхность ракеты. Кинетическая теория газов установила, как распределяются скорости молекул в свободномолекулярном потоке до удара о поверхность ракеты, но не знает такого закона распределения после удара. Попадая на поверхность ракеты, молекула некоторое время удерживается там (около 10^{-6} сек) и обменивается своей энергией и импульсом с материалом поверхности. Новое направление и величина скорости молекулы зависят от степени этого обмена, механизм которого недостаточно изучен. Приходится поэтому применять упрощенные схемы отражения, такие, как зеркальные, диффузионные и ньютоновские (рис. 46). Зеркальное отражение происходит при неизменной касательной к поверхности ракеты составляющей скорости молекулы и при перемене знака у нормальной составляющей скорости. Благодаря этому угол падения молекулы равен углу ее отражения (рис. 46, а). Диффузионное отражение предполагает,

что молекулы будут покидать поверхность ракеты под разными углами и с разными скоростями (рис. 46, б). Закон распределения этих скоростей будет такой же, как и в набегающем потоке, но средняя величина скорости зависит от температуры поверхности ракеты. Схема отражения Ньютона (рис. 46, в) предполагает, что молекулы воздуха, отраженные поверхностью ракеты, будут двигаться вдоль нее, т. е. нормальная составляющая скорости $V_{\infty n}$ будет равна после отражения нулю. В действительности схема отражения будет какой-то промежуточной между рассмотренными схемами отражения.



Рис. 46. Схемы отражения молекул воздуха от поверхности ракеты:
а — зеркальное отражение; б — диффузационное отражение; в — ньютоновское отражение

При течении со скольжением свойства разреженности воздуха проявляются прежде всего в пограничном слое, где благодаря малым числам соударений с другими молекулами последние получают возможность не «прилипать» к обтекаемой поверхности, а скользить вдоль нее. Температура воздуха у поверхности ракеты не будет равна температуре материала этой поверхности. Опытные исследования показывают, что толщина пограничного слоя в течениях со скольжением велика, относительно велико и трение воздуха о поверхность, а вязкость его сильно влияет на давление у поверхности. Обычные зависимости для пограничного слоя делаются из-за этого непригодными.

Таким образом, мы видим сложность взаимодействия ракеты с разреженным воздухом. Это приводит к тому, что теоретические зависимости, описывающие это взаимодействие, сложны и недостаточно надежны,

а поэтому для расчетов применяются опытные данные, полученные путем продувок моделей ракет в аэродинамических трубах, стрельбы моделями в баротирах, а также обработкой летных испытаний ракет в высоких слоях атмосферы.

Критериями подобия в супераэродинамике считаются число $M = \frac{V}{c_t}$, где $c_t = \sqrt{2gRT_{ст}}$ — средняя молекулярная скорость, т. е. наиболее вероятная скорость молекул воздуха, а $T_{ст}$ — температура поверхности стенки.

Покажем, как приближенно можно подсчитать коэффициент давления, если принять схему отражения Ньютона (рис. 46, а). Изменение количества движения воздуха, попадающего за единицу времени на единицу поверхности ракеты по направлению нормали к ней, должно быть равно импульсу силы, приложенной к этой поверхности, т. е.

$$\rho_\infty V_\infty n (V_\infty - 0) = (p - p_\infty) \cdot 1 \cdot 1.$$

Из рис. 46, а видно, что $V_\infty n = V_\infty \sin \beta$, поэтому коэффициент давления

$$\bar{p} = \frac{p - p_\infty}{\frac{\rho_\infty V_\infty^2}{2}} = 2 \sin^2 \beta. \quad (3.67)$$

Оказывается, что \bar{p} зависит только от угла β между направлением движения и участком поверхности. Вычисляя \bar{p} для многих точек головной части ракеты с помощью формулы (3.67), можно определить коэффициент ее лобового сопротивления.

Для полета многих типов современных ракет характерна большая скорость. Например, скорость входа в плотные слои атмосферы головной части баллистической ракеты при дальности стрельбы около 5000 км достигает 6000 м/сек, а число $M \approx 18$. При таких больших скоростях возникает ряд проблем, изучаемых в разделе аэродинамики гиперзвуковых скоростей.

Наиболее остро стоит проблема борьбы с аэродинамическим нагревом, так как значительная доля кинетической энергии головной части ракеты дальнего действия благодаря трению о воздух переходит в тепло. Часть этого тепла путем излучения и теплопроводности

рассеивается в воздухе, а остальное тепло идет на нагрев головной части ракеты. Если не принять специальных мер, то головная часть может сильно нагреться и даже сгореть. Для расчета возможного нагрева головной части необходимо знать параметры воздуха в пограничном слое у ее поверхности, определить которые можно лишь в процессе расчета течения воздуха около головной части.

Разберемся в сущности физических явлений, сопровождающих полет с гиперзвуковыми скоростями.

Большие скорости полета вызывают появление интенсивных скачков уплотнения перед головной частью. Давление, плотность и температура воздуха за скачком уплотнения увеличиваются столь значительно, что наступает тепловая диссоциация молекул газов, из которых состоит воздух. На диссоциацию затрачивается энергия и это приводит к понижению температуры воздуха. Но несмотря на это, температура воздуха за скачком уплотнения может достигать огромных значений. Так, например, в полете с числом $M=24$ на высоте 10000 м за прямым участком скачка температура воздуха равна приблизительно 9400°К. Интересной особенностью скачков уплотнения в области гиперзвуковых скоростей является их криволинейная форма. Даже около острого кромок крыла или у заострений головной части скачок отходит от заострения и искривляется. Это объясняется тем, что практически заострения не являются идеальными и всегда имеется некоторый радиус притупления. Кроме того, при гиперзвуковых скоростях на обтекаемой поверхности у острия замечается пограничный слой значительной толщины, что делает заостренную часть как бы более тупой. Рост толщины пограничного слоя объясняется уменьшением значения числа $Re = \frac{V_2 p_2 x}{\mu_2}$ за скачком.

В теории скачков уплотнения доказано, что с ростом числа M набегающего потока угол наклона скачка Θ уменьшается. Поэтому в области гиперзвуковых скоростей скачки уплотнения располагаются весьма близко к поверхности обтекаемого тела (рис. 47). Если вспомнить, что при таких больших скоростях пограничный слой достаточно толстый, то станет понятным возможность взаимодействия скачка уплотнения и погранич-

ногого слоя. Это взаимодействие наиболее полно проявляется в носовой части тела около заострения (рис. 47, 1), называется сильным взаимодействием и заключается в следующем. За наиболее искривленным участком скачка (где он близок к прямому) скорость потока значительно уменьшается, а давление резко возрастает. Область повышенного давления проникает в пограничный слой, тормозит его, что может привести даже к местному отрыву пограничного слоя от обтекаемой поверхности. Трение в области сильного взаимодействия из-за этого уменьшается.

Иная картина будет в так называемой области слабого взаимодействия (рис. 47, 2), которая расположена на большем удалении от носовой части тела, чем область сильного взаимодействия. Здесь характерно меньшее искривление скачка. За скачком уплотнения скорости потока получаются большими, а давления — меньшими и преобладает влияние на пограничный слой не скачка уплотнения, а потока воздуха за ним. Этот поток, набегая на достаточно толстый пограничный слой, обтекает как бы более утолщенное тело, а поэтому в потоке возникает дополнительное индуцированное давление Δp , передающееся в пограничный слой. Однако скорости частич воздуха в пограничном слое столь велики, что заметного торможения их за счет индуцированного давления не получается. Поэтому в области слабого взаимодействия трение воздуха о поверхность получается большим.

Сложность физической картины обтекания усугубляется вихреобразованием в струйках воздуха, прошедших искривленный скачок уплотнения. От завихрения возникает дополнительное трение, которое кинетическую энергию потока переводит иеобратным путем в тепло. Энтропия воздуха от этого увеличивается, а так как это увеличение различно для различных струек в зависимости от угла наклона скачка, то поток



Рис. 47. Схема обтекания тела при гиперзвуковых скоростях:
1 — область сильного взаимодействия; 2 — область слабого взаимодействия

за скачком нельзя считать изоэнтропическим. Затрудняет расчеты также наличие дозвуковой зоны течения в районе наибольших искривлений скачка.

Большая температура воздуха в пограничном слое приводит к интенсивному нагреву обтекаемой поверхности. Возникает тепловой поток от пограничного слоя воздуха к обтекаемой поверхности, который уменьшает количество тепла в пограничном слое, а следовательно, понижает температуру воздуха по мере приближения к обтекаемой поверхности. Получается сложный закон распределения температуры по толщине пограничного слоя. Это в свою очередь приводит к сложному изменению всех характеристик воздуха, зависящих от температуры: μ , c_p , ρ и т. п. Рассчитать пограничный слой с переменными характеристиками по толщине его можно лишь с помощью электронных цифровых вычислительных машин. Для инженерных расчетов необходим простой и удобный метод, создать который оказалось возможным лишь путем осреднения температуры воздуха по толщине пограничного слоя. Такой средней температурой является определяющая температура, применения которую, можно по ранее полученным формулам для несжимаемой жидкости достаточно точно определить силовое воздействие пограничного слоя на тело, и, кроме того, проводя расчет теплопередачи, правильно подсчитать температуру обтекаемой поверхности.

Для расчета величины определяющей температуры исследователи предложили несколько эмпирических формул. Читателя, заинтересовавшегося проблемой аэродинамического нагрева и расчетом теплового пограничного слоя, отшлем к работам [16] и [17].

Разобравшись в природе силы сопротивления воздуха полету ракет, в основных законах аэrodинамики, рассмотрим аэродинамические схемы ракет различного назначения.

ГЛАВА IV

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ КОМПОНОВКИ РАКЕТ РАЗЛИЧНОГО НАЗНАЧЕНИЯ

§ 1. КОМПОНОВОЧНЫЕ СХЕМЫ РАКЕТ

Для обеспечения наибольшей дальности полета ракеты, устойчивости ее полета на траектории и хорошей управляемости, а также для выполнения ряда других требований размеры, внешняя форма, органы управления ракеты должны быть выбраны определенным образом. Иными словами, должна быть проведена аэrodинамическая компоновка ракеты.

Под аэродинамической компоновкой понимают рациональный выбор внешних форм и взаимного расположения корпуса, крыла, оперения и органов управления ракеты с целью наилучшим образом выполнить предъявляемые к ней тактико-технические требования.

От удачного выбора аэродинамической компоновочной схемы ракеты зависит ее качество в целом и не случайно этому вопросу уделяется огромное внимание в процессе проектирования ракеты.

Разделим все схемы на два класса. К первому классу отнесем аэродинамические компоновки таких ракет, у которых корпус не имеет резко выступающих поверхностей (неоперенные ракеты), а ко второму — с дополнительными, резко выступающими из корпуса поверхностями (оперенные ракеты): крылья и оперение.

Крылом ракеты называют обычно те ее поверхности, которые призывают к корпусу и служат для создания подъемной силы, а оперением — те ее поверхности, ко-



Рис. 48. Баллистическая неоперенная управляемая ракета

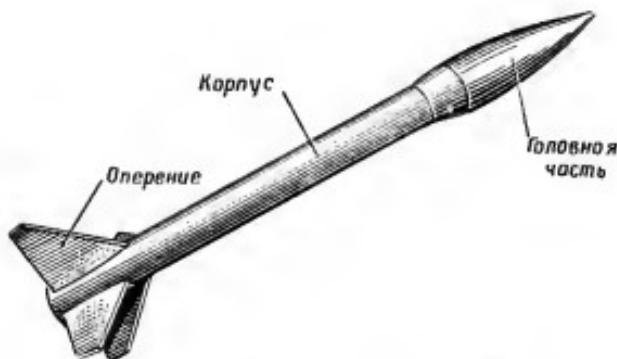


Рис. 49. Оперенная бескрылая неуправляемая ракета

торые служат для перенесения центра давления в необходимое место (например, для получения достаточной статической устойчивости ракеты).

Аэродинамические компоновки ракет первого класса можно разделить на две группы: управляемые и неуправляемые. Примером аэродинамической компоновки неоперенной управляемой ракеты является американская баллистическая ракета «Атлас» (рис. 48), которая имеет корпус в виде тела вращения, а управляетяется при повороте двигателей, закрепленных на карданном подвесе, а также специальными (управляющими) двигателями.

К неоперенным неуправляемым ракетам можно отнести турбореактивные снаряды (рис. 103).

Аэродинамические компоновки оперенных ракет (второго класса) могут быть разделены на бескрылые и крылатые. Компоновки бескрылых оперенных ракет, так же как и неоперенных, подразделяются на неуправляемые и управляемые.



Рис. 50. Баллистическая оперенная бескрылая управляемая ракета

Примерами неуправляемых оперенных бескрылых ракет служат ракеты ближнего радиуса действия, которыми стреляли гвардейские минометные части времен Великой Отечественной войны, американская ракета «Онест Джон» (рис. 49) и др.

Управляемой оперенной бескрыльной ракетой является американская ракета «Корпорел» (рис. 50), которая на активном участке траектории управляема и стабилизируется с помощью газовых рулей, а для устойчивости на пассивном участке траектории (в свободном полете) имеет неподвижное оперение (стабилизатор) в хвосто-

вой части, благодаря которому является статически устойчивой.

Крылатые ракеты, как правило, управляемы (по крайней мере, на активном участке траектории), так

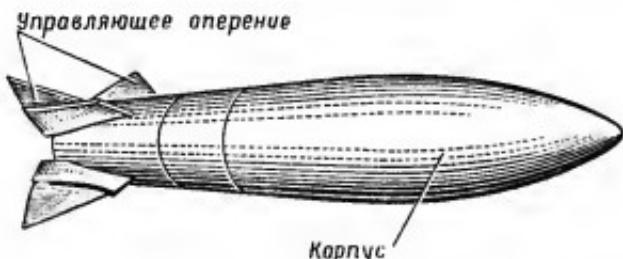


Рис. 51. Бескрылая управляемая ракета воздушного боя

как крыло, создавая подъемную силу, служит для управления полетом. При отнесении ракеты к той или иной схеме иногда трудно бывает отличить оперение

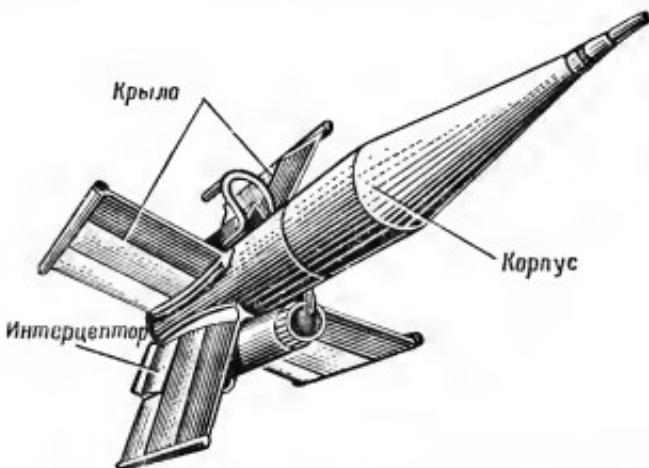


Рис. 52. Крылатая управляемая противотанковая ракета

с большой поверхностью от крыла с малой поверхностью. Например, американская ракета воздушного боя «Джини» (рис. 51) не имеет крыла, а имеет оперение: стабилизатор, расположенный X-образно в хвостовой части. Управляется эта ракета с помощью отклоняю-

щихся пластин, прикрепленных к задним кромкам оперения. Из-за отсутствия крыла такая ракета не может резко изменять форму траектории, т. е. обладает плохой маневренностью.

По внешнему виду швейцарская противотанковая ракета «Кобра-4» (рис. 52) похожа на «Джини», так как у нее в хвостовой части также есть X-образные поверхности. Однако они достаточно велики, создают

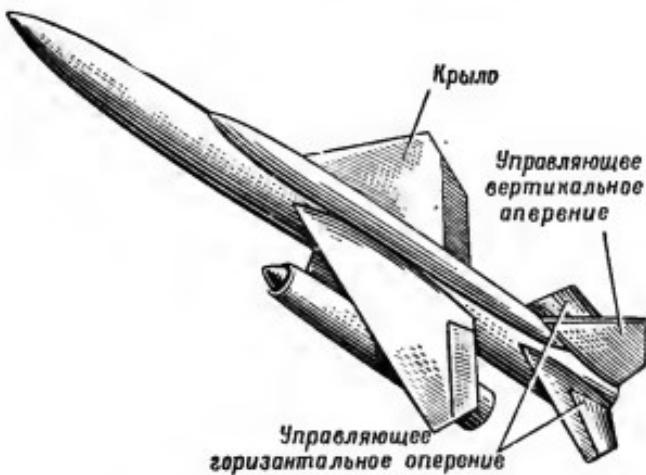


Рис. 53. Зенитная крылатая ракета

большую подъемную силу и обеспечивают хорошую маневренность при малой скорости полета (~ 80 м/сек), а поэтому «Кобра-4» относится к крылатым ракетам.

Крылатые ракеты имеют много видов аэродинамических компоновок. По наличию и расположению относительно крыла управляющего оперения (кроме вертикального) схемы аэродинамических компоновок крылатых ракет разделим на три подгруппы: нормальную, «утка» и «бесхвостка».

Нормальная схема аэродинамической компоновки предполагает, что управляющее оперение (рули) расположено за крылом, в хвостовой части ракеты. По такой схеме обычно устроены самолеты и многие типы крылатых ракет, например американская крылатая зенитная ракета «Бомарк» (рис. 53).

В схеме «утка» горизонтальное управляющее оперение находится впереди центра тяжести ракеты, в носовой ее части. По подобной схеме выполнена американская крылатая ракета «Навахо» (рис. 54).

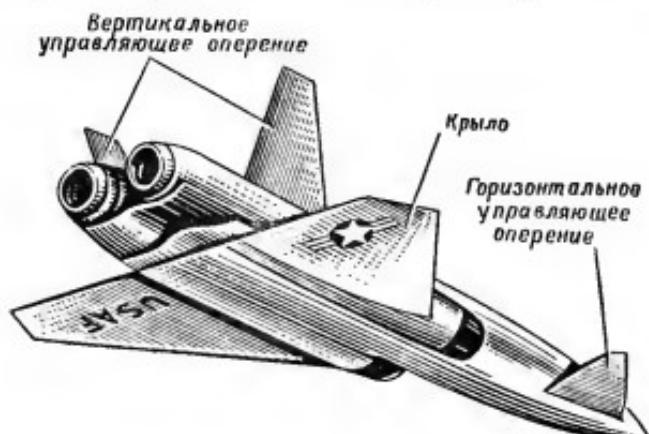


Рис. 54. Крылатая ракета (самолет-снаряд)

Схема «бесхвостка» не имеет горизонтального управляющего оперения. В частности, она получается

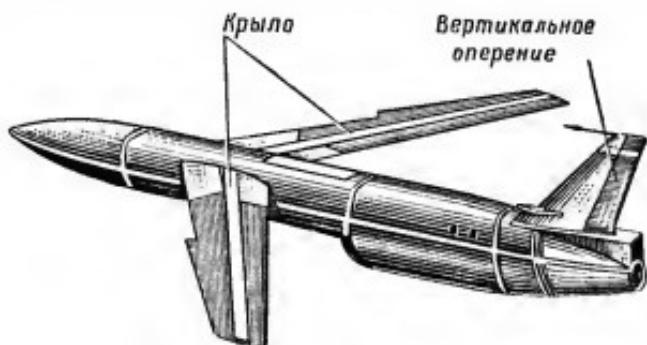


Рис. 55. Крылатая ракета (самолет-снаряд)

при использовании стреловидного крыла с большим углом стреловидности. В этом случае концевая часть крыла настолько приближена к хвостовой части, что надобность в горизонтальном управляющем оперении

отпадает. Примером воплощения такой схемы является американская крылатая ракета (самолет-сиаряд) «Снарк» (рис. 55). Ракеты, выполненные по схеме «бесхвостка», могут иметь неуправляющее оперение (в том числе и горизонтальное), расположенное как впереди, так и позади центра массы. Необходимость в таком оперении возникает при стремлении улучшить характеристики статической устойчивости и демпфирования ракеты. Например, американская крылатая ракета «Фолкон» типа «воздух — воздух» (рис. 56) имеет неподвижные поверхности впереди крыла, которые, будучи

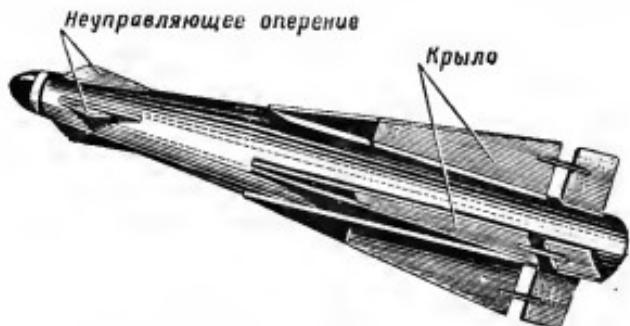


Рис. 56. Крылатая ракета воздушного боя

крестообразными, уменьшают чрезмерную статическую устойчивость ракеты. Такие поверхности называют дестабилизаторами. Дестабилизаторы также улучшают характеристики демпфирования.

Американская ракета того же класса «Сперроу-III» (рис. 57), наоборот, имеет крестообразное неподвижное оперение позади крыла. Это оперение обеспечивает статическую устойчивость ракете, быстрее гасит ее колебания вокруг центра массы.

Разновидностью схемы «бесхвостка» является схема «летающее крыло». Корпус такой ракеты почти полностью вписывается в очертание крыла. По данным зарубежной печати, такая схема, возможно, будет применяться в ракетах с атомным двигателем.

До сих пор мы рассматривали аэродинамические компоновки одноступенчатых ракет. Для многоступенчатых ракет характерно наличие определенных особен-

ностей в их аэродинамической компоновке, обусловленное последовательным отделением ступеней. Многоступенчатая ракета, как правило, имеет большую длину и для придания ей устойчивости первая ступень часто несет на себе развитое оперение. До отделения первой ступени аэродинамическую компоновку ракеты можно считать оперенной бескрылой. После отделения первой ступени в зависимости от назначения ракеты ее аэrodinamическая схема может быть также оперенной бескрылой или неоперенной (баллистические ракеты) или крылатой (зенитные ракеты и последняя планирующая ступень ракеты).

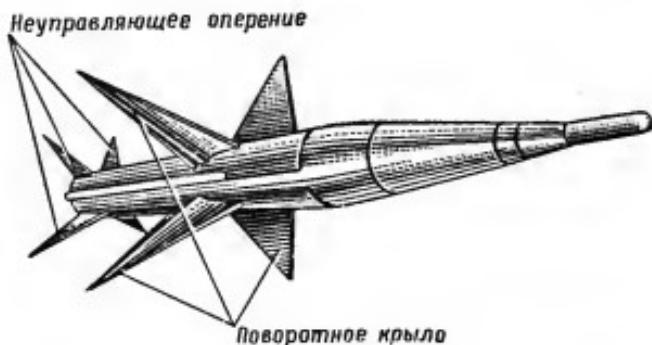


Рис. 57. Крылатая ракета воздушного боя

Головные части баллистических ракет дальнего действия делают, как правило, отделяющимися от корпуса. Причина этого заключается в том, что разрушается корпус последней ступени ракеты, не рассчитанный на большие перегрузки, которые возникают при входе с большой скоростью в плотные слои атмосферы. Кучность стрельбы ракетами с неотделяющимися головными частями была бы плохой. Делать же корпус последней ступени ракеты достаточно прочным было бы невыгодным из-за значительного увеличения веса конструкции ракеты.

Для выполнения своего назначения головная часть при входе в плотные слои атмосферы должна быть определенным образом ориентирована относительно касательной к траектории. Если головная часть статически устойчива, то такая ориентировка произойдет сама

собой. В достаточно плотных слоях атмосферы ось устойчивой головной части будет совершать некоторое колебательное движение вокруг касательной к траектории.

Головные части баллистических ракет выполняются обычно в виде конуса. У однородного конуса (с равномерным распределением массы по всему объему) центр давления расположен ближе к вершине, чем центр массы. Поэтому для придания статической устойчивости головной части ракеты нужно либо центр тяжести сместить ближе к вершине, либо центр сопротивления перенести подальше от вершины. На практике обычно идут по более удобному, второму, пути, снабжая коническую головную часть «юбкой» (рис. 58), которая представляет собой продолжение конической поверхности.

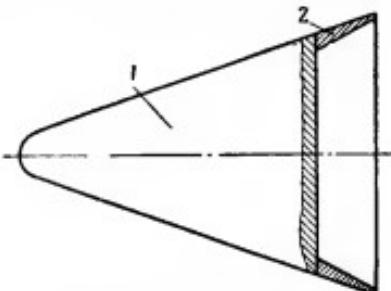


Рис. 58. Схема головной части ракеты дальнего действия:
1 — боевая часть; 2 — «юбка»

§ 2. ОРГАНЫ УПРАВЛЕНИЯ ПОЛЕТОМ РАКЕТЫ И УПРАВЛЯЮЩИЕ СИЛЫ

Неуправляемая ракета движется по траектории, которую называют естественной или баллистической. Для естественной траектории характерно то, что все силы, приложенные к ракете в полете, приводятся к равнодействующей, направленной по касательной к траектории. Управляемая ракета должна иметь иную, отличную от естественной траекторию, чтобы ракета успешно выполняла свою задачу (например, попала в движущуюся цель). Перестать быть естественной траектория может в том случае, если к ракете будет приложена сила, направленная под углом к касательной к траектории. Часть этой силы, направленная по нормали к траектории, называется управляющей. Устройства, обеспечивающие необходимую управляющую силу в полете, называются органами управления. Органы управления входят в систему управ-

ления движением ракеты, под которой понимают комплекс аппаратуры и устройств, обеспечивающий изменение отклонений фактического движения ракеты от необходимого направления полета, сформирование соответствующего сигнала и создание управляющей силы.

Органы управления можно разделить на три типа: аэродинамические, газодинамические и комбинированные. Это разделение проведено в зависимости от того, вектор какой силы, приложенной к ракете, участвует в создании управляющей силы. На ракету в полете действуют три рода сил: силы тяготения (гравитационные), аэродинамические и силы тяги двигателей. Силами тяготения человек управлять пока не умеет.

Аэродинамические органы управления создают управляющую силу за счет поворота вектора аэродинамических сил. Например, с помощью отклонения руля высоты появляется управляющая сила, смещающая ракету по нормальн к траектории в ту или иную сторону.

Газодинамические органы управления для создания управляющей силы отклоняют от направления касательной к траектории вектор силы тяги (например, с помощью газовых рулей).

Комбинированные органы управления при создании управляющей силы используют и аэродинамические силы и силы тяги.

Проследим, как создается управляющая сила и как происходит отклонение траектории ракеты на примере газовых рулей. Газовые рули представляют собой четыре пластины из материала, хорошо противодействующего высокотемпературной струе продуктов сгорания топлива. Помещаются газовые рули на выходе из сопла и могут поворачиваться на некоторый угол в ту или иную сторону. На рис. 59 показано, как при повороте одного из горизонтальных рулей на угол δ возникает сила R_p , приложенная к рулю (а следовательно, к ракете в целом). Составляющая X_p этой силы действует по оси ракеты, тормозя ее полет. Другая составляющая Y_p силы R_p является частью управляющей силы. Если привести силу Y_p к центру массы ракеты, то станет понятным действие ее на полет ракеты. М-

мент, создаваемый парой сил $Y_p - Y'_p$, повернет ракету вокруг центра массы A на некоторый угол атаки α , благодаря чему возникнет подъемная сила Y , приложенная к ракете в центре массы. Разность сил $Y - Y'_p$ будет составлять величину управляющей силы, под действием которой центр массы ракеты начнет отклоняться в сторону направления управляющей силы.

Аэродинамические органы управления применяются для ракет, летающих в достаточно плотных слоях

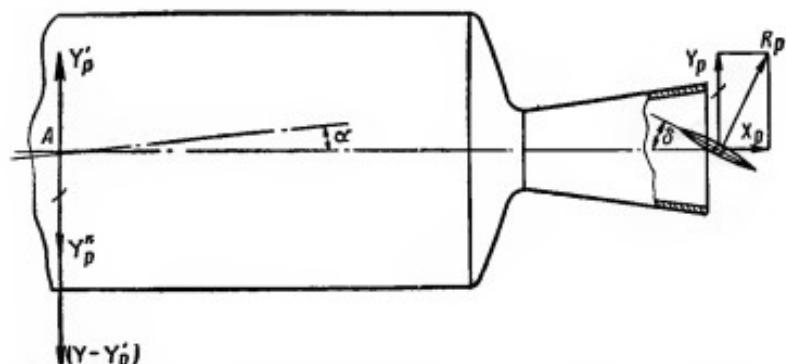


Рис. 59. Схема создания управляющей силы ракеты с помощью газового руля

атмосферы и с большой скоростью, т. е. тогда, когда аэродинамические силы достаточно велики. Аэродинамические органы управления делят на следующие группы: рулевые поверхности, прерыватели воздушного потока (интерцепторы) и поворотные крылья.

Рулевые поверхности, или просто рули, могут быть размещены в различных местах ракеты. В ракетах, выполненных по схеме «утка», они часто непосредственно примыкают к корпусу ракеты (рис. 54) и называются поворотным оперением. Очень часто рули делаются непосредственно за крылом (рис. 55) или за неподвижным оперением (рис. 53).

Рулевые поверхности в ракетах служат в качестве рулей поворота, рулей высоты, элеронов и элевонов. Среднее положение рулей поворота находится в вертикальной плоскости, и отклонение их в ту или иную сторону вызовет поворот ракеты вправо или влево от вер-

тической плоскости, в которой происходил полет. Рули высоты отклоняются от горизонтальной плоскости, в которой происходит полет ракеты. Работа рулей высоты позволяет ракете менять направление полета в вертикальной плоскости, т. е. изменять высоту полета. Комбинация рулей поворота и высоты дает возможность управлять ракетой в двух взаимно перпендикулярных плоскостях: горизонтальной и вертикальной, т. е. осуществлять практически любой маневр в пространстве.

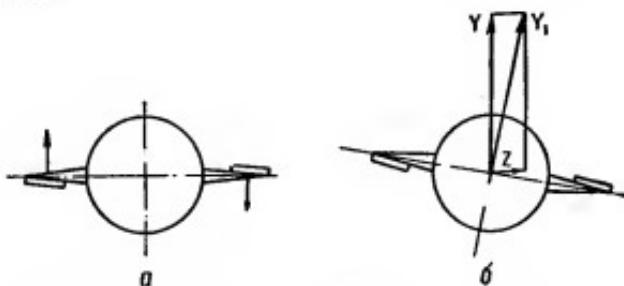


Рис. 60. Управление полетом ракеты путем придания ей крена:

a — отклонения элеронов начинают наклонять ракету вправо; *б* — поворот нормальной составляющей силы Y_1 , привел к появлению боковой составляющей управляющей силы Z , перемещающей ракету вправо

Однако известна и другая схема управления ракетой в пространстве. Она предполагает наличие на ракете, кроме руля высоты, еще и рулей крена, или иначе элеронов. Элероны — это две рулевые поверхности, расположенные на концах крыла и отклоняющиеся в разные стороны. Если один элерон идет винз, то другой вверх, и наоборот. Если элероны отклоняются, то ракета наклоняется, кренится, т. е. появляется угол крена, направленный в соответствующую сторону. При этом руль высоты уже отклоняется не от вертикальной, а от наклонной плоскости и появляется горизонтальная составляющая управляющей силы, поворачивающая ракету в нужную сторону (рис. 60).

Элевоны отличаются от элеронов возможностью отклоняться от поверхности крыла в любую сторону независимо друг от друга. В ракетах может возникнуть необходимость поворачивать все оперение, а не часть

его. Это позволяет органам управления работать более эффективно при малых углах поворота.

Интерцепторы, или прерыватели потока (рис. 61), работают по такому принципу: из поверхности крыла выдвигается тонкая пластина, которая тормозит поток. Давление на поверхность крыла перед выступающей пластиной увеличивается, а за пластиной происходит отрыв потока. Это приводит к изменению величины подъемной силы. Для удобства управления с помощью интерцепторов последнее приводится в колебательное

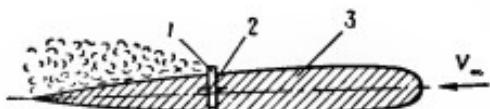


Рис. 61. Схема устройства интерцептора:
1 — интерцептор; 2 — центр колебания интерцептора; 3 — крыло

движение, поэтому их иногда называют вибрирующими спойлерами. Амплитуда и частота колебаний интерцептора не регулируется. Величина управляющей силы изменяется путем перемещения центра колебания. Чем ближе этот центр к поверхности крыла, тем больше время, в течение которого интерцептор будет выдвинут, и на большую величину изменится подъемная сила крыла, т. е. будет больше и величина управляющей силы. В тонких крыльях интерцептор поочередно выдвигается то с одной, то с другой стороны крыла. Преимуществом интерцепторов перед рулями является меньший вес органов управления (включая привод). Поэтому интерцепторное управление применяют в противотанковых ракетах, одно из главных требований к которым — минимальный стартовый вес (например, противотанковые ракеты «SS-10» и «Кобра-4»).

Недостаток интерцепторного управления заключается в том, что эта группа органов управления не обеспечивает ракете резкого маневра.

Поворотное крыло представляет собой обычное крыло, имеющее возможность поворачиваться относительно корпуса ракеты вокруг своей продольной оси или перпендикулярно продольной оси ракеты. Этот поворот крыла меняет его угол атаки, что приводит к из-

менению управ器ющей силы. Преимуществом такого органа управления является хорошая маневренность ракеты, так как управляющая сила создается за счет поворота одного крыла, инерция при этом меньше и поворот можно сделать быстрее. Ракете выполнять с поворотным крылом следует тогда, когда от нее требуется совершать на траектории быстрый маневр. Например, американская ракета «Сперроу-III», предназначенная для борьбы самолетов с воздушными целями, имеет X-образное поворотное крыло (рис. 57).

К недостаткам поворотного крыла следует отнести большие шарнирные моменты, необходимые для поворота сравнительно тяжелого крыла. Однако мощность привода не очень велика, так как углы поворота малы, и поэтому скорости поворота могут быть также небольшими. Недостатком является также некоторое увеличение лобового сопротивления ракеты за счет зазоров между крылом и корпусом. Кроме того, перемещение центра тяжести при выгорании топлива приводит часто к возникновению отрицательного угла атаки корпуса и к возрастанию нагрузок на оперение при маневре, что увеличивает изгибающий момент, приложенный к корпусу ракеты.

Газодинамические органы управления могут с успехом применяться в тех случаях, когда аэродинамические органы управления делаются малоэффективными: в разреженных слоях атмосферы, а также при малых скоростях полета ракеты (например, при старте ее с Земли).

Существует несколько способов поворота вектора силы тяги. Мы уже рассмотрели, как происходит управление полетом ракеты с помощью газовых рулей, однако, обеспечивая ракете достаточно высокую маневренность, такие рули имеют два существенных недостатка: низкую живучесть, из-за того что находятся в движущейся с большой скоростью высокотемпературной среде, а также значительное лобовое сопротивление. Первый недостаток заставляет отыскивать особо стойкие материалы для газовых рулей, иначе они могут выгореть к концу работы двигателя. Тогда ракета перестанет управляться и сойдет с расчетной траектории. Из-за второго недостатка теряется часть силы тяги на преодоление лобового сопротивления газовых рулей.

В баллистических ракетах широко применяются поворотные двигатели. Так, например, американская баллистическая неоперенная ракета «Атлас» управляетя на активном участке траектории при повороте камеры реактивного двигателя. На этой же ракете есть специальные управляющие двигатели, обеспечивающие поперечную устойчивость ракете и позволяющие управлять ею на начальном участке свободного полета для корректировки траектории.

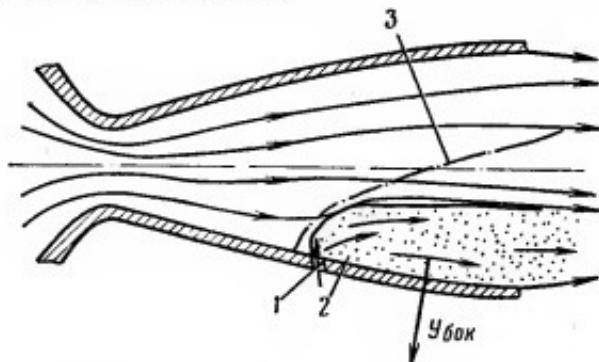


Рис. 62. Схема создания боковой силы путем впрыска жидкости в сверхзвуковую часть сопла:
1 — отверстие для впрыска жидкости; 2 — область течения вдуваемой жидкости; 3 — скачок уплотнения

Известны попытки управлять ракетой путем поворота сопла или специального насадка, помещенного сразу за соплом и охватывающего струю газов. Возможно управление перераспределением силы тяги в нескольких соплах. Например, на английской противотанковой ракете «Пай» имеется ряд сопел маршевого двигателя, расположенных по окружности. Система управления позволяет перекрыть одно или несколько сопел и тем самым создать необходимую по величине и направлению управляющую силу. Аэродинамических органов управления эта ракета не имеет.

В последнее время за рубежом уделяется большое внимание методу управления вектором силы тяги путем вдувания (впрыска) жидкости или газа в сопло реактивного двигателя [48]. Поток жидкости, вдуваемой в сверхзвуковую часть сопла через отверстие 1 (рис. 62), взаимодействует со сверхзвуковым потоком

газообразных продуктов сгорания топлива и, отклоняясь от первоначального направления, течет в область 2.

Область вдуваемой жидкости 2 является преградой для сверхзвукового потока в сопле, тормозит этот поток и создает скачок уплотнения 3. За скачком скорость газа уменьшается, давление растет, а поток газа поворачивается. При этом давление на стенки сопла за скачком уплотнения оказывается больше, чем в случае, если впрыска жидкости не было. Это приводит к возникновению боковой силы $Y_{бок}$, величина которой равна сумме всех сил от увеличения давления по сравнению со случаем отсутствия впрыска, действующих на стенку сопла за скачком уплотнения.

Изменяя количество жидкости, вдуваемой в сопло за единицу времени, можно регулировать величину боковой, а следовательно, и управляющей силы. Направление управляющей силы можно изменить, вдувая жидкость через различные отверстия, расположенные по окружности поперечного сечения сопла.

Некоторое уменьшение силы тяги за счет необратимых потерь механической энергии потока газа при переходе его через фронт скачка уплотнения примерно компенсируется увеличением тяги от истечения через сопло вдуваемой жидкости.

Не перечисляя других видов газодинамических органов управления, перейдем к комбинированному типу органов управления, принцип действия которого известен давно и заключается в следующем. На задней кромке крыла или на другой неподвижной несущей поверхности (оперения) делается сопло в виде поворотной щели, через которое истекают с большой скоростью газы. Регулируя поворот щели, можно струю газов направить в ту или иную сторону от несущей поверхности под различным углом. При этом управляющая сила будет состоять из нормальной составляющей силы тяги от истечения газов через щель и из дополнительной нормальной составляющей от сил давления воздуха на несущую поверхность, которая возникла от перераспределения давления по контуру несущей поверхности при взаимодействии потока воздуха, обтекающего эту поверхность, со струей газов, истекающих через щель. В настоящее время известны попытки применять реак-

тивный интерцептор. Струя газов в реактивном интерцепторе направляется через щель в крыле вверх или вниз и существенно изменяет подъемную силу крыла. Это изменение можно еще более увеличить, если варьировать скоростью истечения.

Недостатком комбинированных органов управления является то, что они эффективно работают лишь в достаточно плотных слоях атмосферы и при некотором минимуме скорости полета, а также нуждаются в надежном источнике газов и механизме поворота щелевидного сопла.

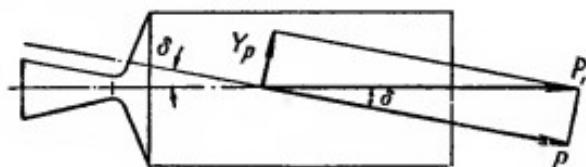


Рис. 63. Схема управления полетом ракеты поворотом двигателя

Познакомимся коротко с расчетом величины силы, возникающей на органах управления во время их работы. Наиболее просто определить ее в случае управления поворотом всего двигателя. Из рис. 63 видно, что $Y_p = P_1 \sin \delta$, где P_1 — сила тяги, а δ — угол поворота двигателя. Составляющая силы тяги вдоль касательной к траектории изменится мало, так как она равна $P = P \cos \delta$, а δ — сравнительно невелико и $\cos \delta$ мало отличается от единицы.

Если применяются газовые рули или аэродинамические рули в виде отклоняющихся поверхностей, то для расчета пригодны формулы:

$$Y_p = C_{yp}^{\delta} S_p q = Y_{p0} \delta; \quad (4.1)$$

$$X_p = (C_{x0} + C_x^{\delta} \delta^2) S_p q, \quad (4.2)$$

где $Y_{p0} = C_{yp}^0 S_p q$;

S_p — характерная площадь рулей;

q — скоростной напор набегающего на ракету воздушного потока (или потока газов в сопле двигателя для газовых рулей);

C_{yp}^{δ} , C_{x0} , C_x^{δ} — аэrodинамические коэффициенты,

определяемые расчетным путем или по данным опытов в аэродинамических трубах. Формулы (4.1) и (4.2) показывают, как зависят величины Y_p и X_p от угла поворота δ рулевой поверхности. Если для Y_p эта зависимость линейная (Y_p пропорционально δ), то для X_p она более сложна и приближенно описывается параболой подобно коэффициенту C_x на рис. 22. Из формулы (4.1) видно, как по мере подъема ракеты над поверхностью Земли уменьшается Y_p , создаваемая аэродинамическими органами управления. В самом деле, так как $q = \frac{\rho V^2}{2}$, то оказывается, что q прямо пропорционален плотности воздуха ρ , которая с высотой быстро уменьшается.

Управляющие силы, создаваемые интерцепторами, поворотными соплами, насадками и т. п., а также комбинированными органами управления определяются главным образом опытным путем из-за сложности и недостаточной изученности явлений, сопровождающих их работу.

§ 3. АЭРОДИНАМИЧЕСКАЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ

Аэродинамической интерференцией называется взаимное влияние тел, находящихся вблизи друг друга в потоке воздуха, на обтекание их этим потоком. На пример, обтекание потоком воздуха крылатой ракеты, состоящей из корпуса и крыла, отличается от обтекания тех же, но изолированных друг от друга корпуса ракеты и ее крыла. Иными будут формы линий тока скачков уплотнения и вихревого следа, это изменит распределение сил давления и сил трения по обтекаемым поверхностям. Аэродинамическая интерференция приводит к тому, что сумма аэродинамических коэффициентов, вычисленных отдельно для корпуса и крыла ракеты, не окажется равной соответствующим аэродинамическим коэффициентам ракеты в целом, имеющей те же корпус и крыло. Поэтому особению важно знать законы аэродинамической интерференции. Зная законы, можно не только определять аэродинамические коэффициенты ракет, но и, выполняя аэродинамическую компоновку ракеты, разумно использовать результаты интерференции в своих интересах. Однако явление аэро-

намической интерференции настолько сложно, что к настоящему времени нет достаточно простых и надежных теоретических решений этой задачи, поэтому, создавая ракеты, в расчетах приходится использовать либо качественные выводы теории, либо эмпирические формулы.

Дозвуковые и сверхзвуковые потоки воздуха ведут себя по-разному, поэтому и явление аэродинамической интерференции рассматрим отдельно в условиях полета ракеты сначала с дозвуковыми, а затем и со сверхзвуковыми скоростями.

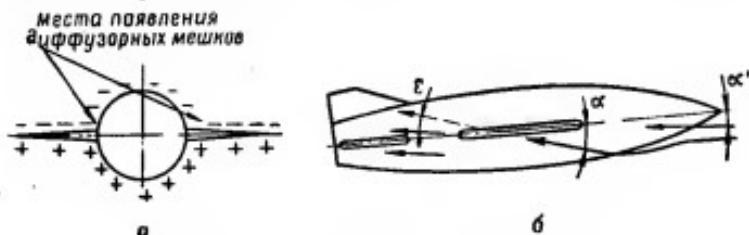


Рис. 64. Схема крылатой оперенной ракеты:

а — разрежение над и сжатие воздуха под крылом передается на корпус, увеличивая его подъемную силу; б — корпус ракеты увеличивает угол атаки крыла на угол $\Delta\alpha = \alpha - \alpha'$, а крыло сканивает поток на угол α' .

Крыло и корпус ракеты в месте их соединения образуют сложную поверхность, напоминающую двугранный угол (рис. 64). Как правило, этот угол увеличивается, поэтому скорость дозвукового потока уменьшается, а давление растет. Кроме того, поток воздуха внутри этого угла испытывает одновременное торможение от обеих стенок (крыла и корпуса). Все это приводит к торможению потока, резкому увеличению толщины пограничного слоя. Образуется так называемый диффузорный мешок. Внутри диффузорного мешка даже при небольших углах атаки происходит срыв пограничного слоя, сопровождающийся сильным вихреобразованием. Мы знаем уже, что это явление приводит к увеличению лобового сопротивления ракеты и к уменьшению ее подъемной силы.

Величина $\Delta C_{x_{\text{лит}}}$, на которую увеличивается лобовое сопротивление ракеты, определяется по опытным данным и составляет в среднем 0,01—0,02. Для уменьшения этого вредного явления (увеличения лобового

сопротивления ракеты и уменьшения ее подъемной силы) соединение крыла с корпусом делают плавным с помощью «зализов».

Наличие корпуса ракеты нарушает непрерывное распределение циркуляции по крылу (вдоль размаха), а это ведет к увеличению индуктивного сопротивления крыла. Влияние корпуса, а также гондол двигателей, если они помещаются на крыле и не выписывают его профиль, учитывается введением в формулу коэффициента индуктивного сопротивления (3.9) вместо действительного удлинения крыла λ эффективного удлинения

$$\lambda_s = k_\lambda \cdot \frac{\lambda}{1 + S_t/S},$$

где k_λ — коэффициент, учитывающий форму крыла в плане (его величина составляет 0,6—1,0);

S_t — площадь крыла, перекрываемая корпусом ракеты;

S — площадь крыла в плане.

Таким образом, переменная часть лобового сопротивления ракеты, зависящая от угла атаки, может быть вычислена по формуле

$$C_{x \text{ перем}} = C_{xI} + \Delta C_{x \text{ инт}}$$

Кроме того, при дозвуковых скоростях полета интерференция крыла и корпуса ракеты увеличивает часть коэффициента лобового сопротивления крыла $C_{x \text{ пост}}$, не зависящую от угла атаки. Это увеличение оценивается коэффициентом интерференции $k_{\text{инт}}$, входящим в формулу, учитывающую уменьшение $C_{x \text{ пост}}$ за счет перекрытия части площади крыла корпусом ракеты. Коэффициент лобового сопротивления крыла с учетом интерференции определяется из формулы

$$C_{x \text{ пост}} = C_x \left(1 - k_{\text{инт}} \frac{S_t}{S} \right).$$

Крыло и корпус взаимно влияют на подъемную силу друг друга. Это объясняется следующим образом. Допустим, ракета находится под некоторым углом атаки α' (рис. 64, б), тогда и корпус как бы подминает под себя часть потока, поэтому струи потока отклоняются вправо.

няются под корпусом вниз, а по бокам его — вверх. Это увеличивает угол атаки крыла на $\Delta\alpha$, а следовательно, и его подъемную силу. Увеличение давления под крылом и уменьшение давления над крылом передаются корпусу ракеты (рис. 64, а) и также увеличивают его подъемную силу. Однако при дозвуковых скоростях полета ракет это увеличение подъемной силы ракеты почти полностью компенсируется уменьшением подъемной силы за счет срыва пограничного потока в области соединения крыла и корпуса. Поэтому в первом приближении считают подъемную силу ракеты равной сумме подъемных сил крыла и корпуса.

Теперь рассмотрим явление аэродинамической интерференции крыла и корпуса ракеты при полете ее со сверхзвуковыми скоростями. В месте соединения крыла и корпуса расширение сверхзвукового потока увеличивает его скорость и уменьшает давление. Это позволяет в большинстве случаев избежать срыва пограничного слоя и связанного с этим увеличения лобового сопротивления, а также уменьшения подъемной силы ракеты. Если учесть, что возмущения при сверхзвуковых скоростях полета распространяются внутри конусов с углом μ (рис. 66), то станет ясным, что можно в первом приближении пренебречь изменением силы лобового сопротивления ракеты за счет изменения индуктивного сопротивления крыла при соединении его с корпусом.

Увеличение подъемной силы ракеты от взаимного влияния крыла и корпуса при сверхзвуковых скоростях полета существенно, а коэффициент подъемной силы ракеты может быть приближенно подсчитан по эмпирическим формулам.

Аэродинамическая интерференция корпуса и крыла ракеты изменяет величину момента тангажа, приложенного к ракете, а следовательно, и положение центра давления. Изменение момента от аэродинамической интерференции в первом приближении не зависит от скорости полета ракеты (от M) и определяется по эмпирическим формулам.

Все сказанное выше об аэродинамической интерференции корпуса и крыла можно отнести и к интерференции корпуса и оперения. Однако при наличии на ракете, кроме крыла, еще и оперения заставляет

учитывать изменения в картине обтекания ракеты, которые образуются за счет скоса потока, вызываемого впереди расположенным крылом или оперением.

Рассмотрим интерференцию корпуса ракеты и оперения, находящегося в зоне возмущенного крылом ракеты потока. Главной особенностью этого случая интерференции является обтекание оперения возмущенным крылом ракеты потоком. В первом приближении в расчете учитывают лишь изменение угла атаки оперения за счет скоса потока крылом. Угол атаки оперения (рис. 64, б) определяется по следующей формуле:

$$\alpha_{op} = \alpha - \epsilon,$$

где α — угол атаки ракеты;

ϵ — среднее значение угла скоса потока за крылом.

Как отмечалось выше, из-за сложности явления аэродинамической интерференции она учитывается в расчетах лишь приближенно. Особенно сложно ее учесть в области трансзвуковых скоростей полета, когда появляется система местных скачков уплотнения и перестраивается до оформления головных, хвостовых скачков уплотнения, когда местные скачки уплотнения взаимодействуют с пограничным слоем. Поэтому в практике конструирования ракет применяют правило площадей, что позволяет свести к минимуму вредные явления интерференции.

Правило площадей основано на хорошо проверенном опытом положении о том, что лобовое сопротивление ракеты (рис. 65, а) приближенно равно лобовому сопротивлению тела вращения, имеющего такое же распределение площадей поперечного сечения вдоль своей оси, как и у действительной ракеты (рис. 65, б).

Поэтому, соединяя корпус ракеты с крылом и оперением, следует так распределить площадь поперечного сечения по оси ракеты, как бывает у тела вращения нанывгоднейшей формы или близким к таковому. Правило площадей пригодно не только в трансзвуковом диапазоне скоростей полета, но и для сверхзвуковых скоростей, однако при этом надо выполнять сечения не под прямым углом, а под углом $\alpha = \arcsin \frac{1}{M}$ к оси ракеты. Следовательно, получается, что для каж-

дой скорости сверхзвукового полета угол сечения будет свой, а поэтому и форма ракеты, обеспечивающая наименьшее лобовое сопротивление,— также своя. Создателям ракеты приходится делать форму ракеты такой, чтобы она обладала наименьшим лобовым сопротивлением при таких скоростях полета, при которых ракете придется летать большую часть времени. Если применять правило площадей, то корпус ракеты в местах соединения с крылом и оперением делается тоньше (см. пунктирные линии на рис. 65, а), что значительно уменьшает величину лобового сопротивления ракеты.

Выбирая аэродинамическую схему ракеты, следует учитывать возникающие в полете от различных условий моменты крена, сумму которых называют моментом косой обдувки. Причина появления момента косой обдувки — несимметричность обтекания ракеты воздухом, например, во время выполнения маневра в горизонтальной плоскости с углом атаки. Несимметричность обтекания вызывается следующими факторами:

- 1 — разностью фактических углов стреловидности консолей крыла;
- 2 — влиянием скоса потока за крылом на оперение;
- 3 — затенением одной консоли крыла корпусом ракеты;
- 4 — различными местами срыва потока с консолями крыла, которые получаются из-за различных условий их обтекания;
- 5 — различным влиянием концов крыла на обтекание поверхности крыла (концевой эффект крыла);
- 6 — различным взаимным влиянием крыла и кор-

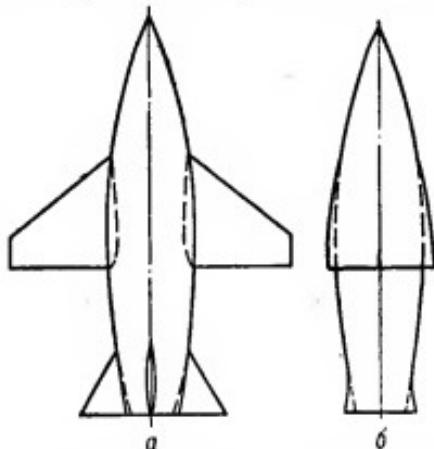


Рис. 65. Рисунок, иллюстрирующий применение правила «площадей»:
а — схема ракеты; б — эквивалентное тело вращения

пуска ракеты в местах их соединения (корневой эффект).

На рис. 66 соответствующими цифрами показаны области проявления несимметричности обтекания крылатой ракеты и стрелками обозначены направления отдельных составляющих момента косой обдувки. Такое

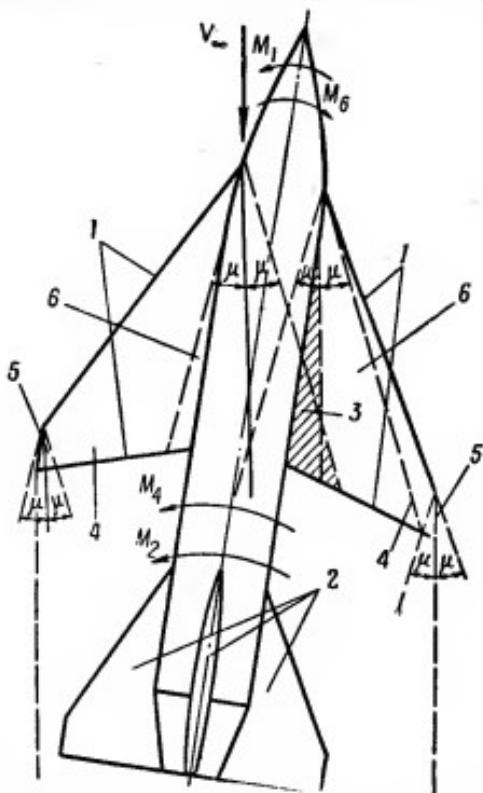


Рис. 66. Схема ракеты для иллюстрации причин появления момента косой обдувки

же направление у моментов будет и при крестообразных крыльях и оперении, но при условии, что угол атаки ракеты больше угла скольжения. Создатели ракеты обязаны таким образом спроектировать органы управления креном, например элероны, чтобы величина создаваемого ими момента крена была больше момента косой обдувки и ракета после маневра могла достаточно быстро возвращаться в исходное положение.

§ 4. ПОНЯТИЯ О НАИВЫГОДНЕЙШЕЙ ФОРМЕ И ОЦЕНКА СХЕМ РАКЕТ РАЗЛИЧНОГО НАЗНАЧЕНИЯ

В процессе аэродинамической компоновки ракеты почти всегда приходится всеми доступными средствами стремиться уменьшить коэффициент лобового сопротивления. Это позволит получить заданную скорость ракеты при меньшем весе топлива, т. е. уменьшит ее стартовый вес; или при заданном весе ракеты увеличит ее скорость (а следовательно, дальность полета); или при заданной скорости и стартовом весе увеличит долю, приходящуюся на полезный груз (боевая часть, контейнер с приборами и др.).

Практически трудно внешнюю форму ракеты сделать такой, чтобы она имела наименьшее лобовое сопротивление, поскольку приходится делать отклонения от такой наивыгоднейшей формы, вызванные необходимостью размещения двигательной установки, вооружения, приборов, а также условиями эксплуатации ракеты и пр. Определенные ограничения на форму ракеты накладывают и методы ее изготовления.

Какими же путями можно уменьшить коэффициент лобового сопротивления C_x ? В общем случае он определяется уравнением (3.8).

Для уменьшения C_{xp} или C_{xb} контур ракеты должен иметь рациональную форму. При дозвуковых скоростях полета эта форма каплевидная. При сверхзвуковых скоростях для уменьшения волнового сопротивления следует применять заостренную форму корпуса ракеты, а также профилей крыла и оперения. Чем больше заострения, тем меньше угол скачка и меньше потери в нем. Особенно велики потери на участках прямых скачков уплотнения, которые возникают перед притупленными частями ракеты, перед различными выступами, поэтому их стремятся уменьшить. В области сверхзвуковых (и особенно трансзвуковых) скоростей C_{xb} составляет главную часть C_x , и к уменьшению величины C_{xb} приковано главное внимание создателей ракеты.

Для уменьшения C_{xb} в области трансзвуковых скоростей передние кромки крыльев и оперения делают стреловидными, а сами крылья и оперения — с малыми удлинениями. Относительные толщины профиля крыла

и оперения должны быть как можно меньше. Этим требованиям хорошо удовлетворяет треугольное (в плане) крыло, нашедшее широкое распространение в ракетах. Большим преимуществом такого крыла является стабильное положение центра давления при различных скоростях полета, что облегчает стабилизацию ракеты.

Покажем, каким образом стреловидность передней кромки уменьшает лобовое сопротивление крыла и помогает преодолеть волновой кризис. Из рис. 67 видно,

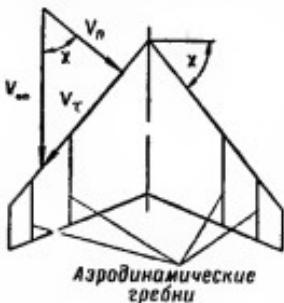


Рис. 67. Схема обтекания стреловидного крыла

что профиль стреловидного крыла обтекается потоком со скоростью, перпендикулярной к передней кромке и равной $V_n = V_\infty \cos \alpha$, где α — угол стреловидности. Чем больше α , тем меньше V_n при неизменной V_∞ . Уменьшение V_n позволяет отдалить волновой кризис в область больших значений V_∞ и значительно понизить C_x в диапазоне трансзвуковых скоростей.

В области дозвуковых и сверхзвуковых скоростей желательно иметь прямоугольное в плане крыло, так как оно увеличивает эффективность расположенных за ним аэродинамических органов управления, придает ракете большую поперечную устойчивость и ближе к головной части ракеты перемещает центр сопротивления, который с ростом скорости полета обычно смещается ближе к хвостовой части. Например, на американской двухступенчатой баллистической ракете «Першинг» оперение первой ступени сделано треугольным с большой стреловидностью, а оперение второй ступени, летящей со сверхзвуковой скоростью, — прямоугольным.

Составляющая скорости V_t вызывает перетекание пограничного слоя вдоль крыла и стекание его с концов крыла, что уменьшает подъемную силу. Для предотвращения этого вредного явления на верхней поверхности крыла делают выступающие поверхности, называемые аэродинамическими гребнями. Однако чрезмерное заострение формы ракеты может привести к нежелательным последствиям. Острый носок

головной части, острые кромки крыла и оперения быстро нагреваются и могут сгореть, если ракета летит в пределах земной атмосферы с большой скоростью: очень острые кромки крыльев и оперения с малой относительной толщиной вызывают срыв потока с них уже при малых значениях угла атаки ($\alpha \approx 3-5^\circ$). Острая головная часть ракеты имеет большое удлинение и плохое демпфирование и т. д.

Следует помнить и о других факторах, влияющих на выбор формы головной части ракеты. Так, для ракет тактического назначения, значительная часть траекторий которых находится в плотных слоях атмосферы и подвержена случайным воздействиям ветра, изменениям плотности воздуха и его температуры, видимо, целесообразно делать головную часть как можно более заостренной. Это максимально уменьшит лобовое сопротивление ракеты и время ее полета по нисходящей ветви траектории. Чем меньше это время, тем меньше отклонится траектория головной части ракеты от воздействия атмосферы (ветра, плотности воздуха и пр.), т. е. увеличится точность попадания такой ракеты в цель. Уязвимость от действия противоракетных средств противника также уменьшается. По такому пути пошли создатели американской ракеты «Першинг» с наибольшей дальностью стрельбы 750 км. На головную часть этой ракеты надевается острый наконечник с оплавляющимся покрытием, противостоящим воздействию высоких температур аэродинамического нагрева.

Для уменьшения C_{x_f} следует иметь по всей поверхности ракеты ламинарный пограничный слой; для этого поверхность ракеты должна быть гладкой, не иметь выступов, неровностей, которые могут привести к турбулизации пограничного слоя. Необходимо помнить, что для C_{x_f} может быть большой не только при дозвуковых скоростях ракеты, но и при больших сверхзвуковых, когда C_{x_f} с ростом скорости убывает. Особенно важно уменьшать C_{x_f} для длинных ракет, имеющих большую боковую поверхность по сравнению с площадью миделя сечения, а следовательно, и большую долю силы трения в суммарной силе лобового сопротивления.

Для уменьшения C_{x_f} следует брать крылья с возможно большими удлинениями λ (см. формулу 3.9);

Форма их должна приближаться к эллиптической (обладающей наименьшим индуктивным сопротивлением). Известны зарубежные ракеты и самолеты, имеющие коническую крутку крыла, когда искривлена вниз носовая часть профиля крыла, причем это искривление прогрессивно возрастает к концам крыла. Крыло такой формы поворачивает вектор подъемной силы ближе к вертикали и тем самым уменьшает силу индуктивного сопротивления (проекцию подъемной силы на направление полета).

Для уменьшения C_{x_d} хвостовая часть ракеты должна быть плавно суживающейся, чтобы не было преждевременного срыва пограничного слоя. Чем раньше сорвется пограничный слой, тем больше будет площадь хвостовой части ракеты, подверженная воздействию разрежения, и тем больше будет сила донного сопротивления.

Благодаря тому что на суживающейся хвостовой части скорость обтекания ее потоком возрастает, а давление уменьшается, центр сопротивления ракеты с суживающейся хвостовой частью перемещается к головной части. Это уменьшает устойчивость ракеты. Чтобы этого не происходило, приходится увеличивать площадь хвостового оперения, что увеличивает лобовое сопротивление ракеты и уменьшает выигрыш от создания суживающейся хвостовой части.

Интересно отметить, что наличие струи газообразных продуктов сгорания топлива, истекающих из сопел в хвостовой части, изменяет картину обтекания этой части ракеты воздухом. За счет подсасывающего (эжектирующего) действия струи отрыв пограничного слоя может произойти позже. Кроме того, площадь действия донного сопротивления уменьшается на величину суммы выходных сечений сопел реактивных двигателей. Таким образом, на активном участке траектории донное сопротивление ракет уменьшается. При благоприятных условиях расположения сопел и формы хвостовой части ракеты можно добиться полного исчезновения силы донного сопротивления и даже создать «подталкивающую» силу.

Даже краткое знакомство с понятием «наивыгоднейшая форма ракеты» убеждает нас в том, что процесс аэродинамической компоновки очень сложен. Вначале

прорабатываются различные варианты и лишь после всестороннего их сравнения выбирается наилучший. При этом следует стремиться, чтобы аэродинамическая схема была наиболее простой; каждое усложнение, вносимое в нее, должно быть оправдано. Например, для варианта управляемой баллистической ракеты с газодинамическими органами управления оперение необходимо делать лишь в том случае, если для стабилизации на траектории (такие ракеты, как правило, неустойчивы)

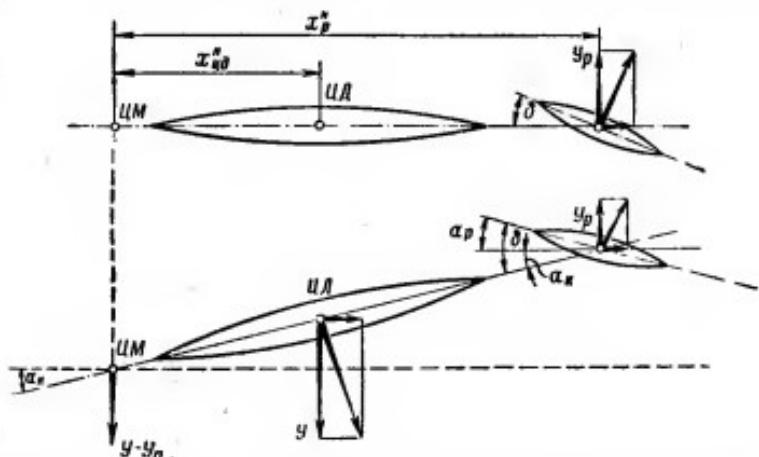


Рис. 68. Управление ракетой при нормальной аэродинамической схеме:

a — положение до поворота ракеты; *b* — положение после поворота ракеты

потребуются слишком мощные органы управления. В этом случае наличие оперения в хвостовой части ракеты будет оправдано, так как оно переместит центр сопротивления ближе к центру массы и уменьшит статическую неустойчивость ракеты.

В заключение этой главы дадим сравнительную оценку наиболее сложных, но весьма распространенных аэродинамических схем крылатых ракет: нормальной, «утка» и «бесхвостка». Преимущества нормальной схемы.

1. Крыло обтекается невозмущенным потоком, поэтому условия его работы благоприятны.

2. Угол атаки рулей α_p (рис. 68) в полете меньше, чем угол атаки крыла α_k , что позволяет придавать

рулям достаточно большие углы атаки, обеспечивающие большую управляющую силу, а следовательно, и резкий маневр ракеты в полете. Срыв потока с поверхности рулей наступит лишь после того, как он произойдет на крыле, а так как этого не допускают из-за резкого уменьшения подъемной силы крыла, то выходит, что рули не ограничивают маневренности ракеты.

3. Сравнительно невелики изгибающие моменты, приложенные к корпусу ракеты, так как из-за небольших углов атаки рулей нагрузки на них получаются не очень большими.

4. Рули можно применять как элероны для создания крена ракеты.

Недостатки нормальной схемы.

1. В зоне возмущенного (скошенного) потока оказывается оперение, которое подвергается в этом случае тряске от воздействия воздушных ударных нагрузок периодического характера, возникающих от попадания на оперение завихренного потока. Этот поток срывается с поверхности крыла либо при больших углах атаки (если полет происходит с дозвуковой, точнее до-критической скоростью), либо завихрения образуются за криволинейным скачком уплотнения (если скорость полета сверхзвуковая). В первом случае тряска оперения называется бафтигом, а во втором — скоростным бафтигом. Избегая бафтиг, конструкторы переносят оперение выше плоскости крыла за пределы возмущенного потока, однако при этом вес конструкции ракеты увеличивается, а жесткость уменьшается и часто возникает фляйттер-вибрация оперения с возможными поломками его. Вибрирует оперение при фляйттере за счет своей малой жесткости, ибо отклонения маложесткого оперения периодически изменяют нагрузку на него со стороны набегающего потока воздуха.

2. Подъемная сила ракеты в целом уменьшается при отклонении рулей, так как подъемная сила рулей направлена в противоположную сторону, нежели подъемная сила крыла и корпуса ракеты (рис. 68).

3. Расстояние между центром тяжести и центром давления в ракетах, выполняемых по нормальной схеме, получается меньше, чем у ракет, сделанных по схеме «утка», при одинаковых подъемных силах Y и Y_p . Дей-

ствительно, из рис. 68 и 69 видно, что из условия равновесия при стабилизации с определенным углом атаки (равенство моментов сил Y и Y_p):

$$x_{u.l}^n = \frac{Y_p x_p^n}{Y} \text{ и } x_{u.l}^y = \frac{Y_p x_p^y}{Y}.$$

Обычно $x_p^y > x_p^n$, поэтому $x_{u.l}^n < x_{u.l}^y$.

Это ухудшает устойчивость ракеты, выполненной по нормальной схеме, а при одинаковой статической устойчивости и прочих равных условиях колебания ракеты,

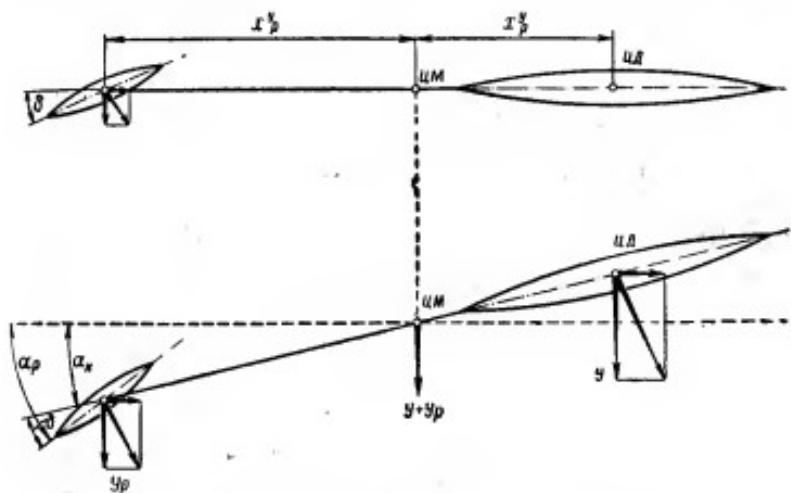


Рис. 69. Управление ракетой, выполненной по схеме «утка»:
а — положение до поворота ракеты; б — положение после поворота ракеты

выполненной по схеме «утка», будут затухать быстрее, так как момент демпфирования получается больше (далее от центра тяжести отнесено управляемое оперение, благодаря чему оно быстрее гасит колебания ракеты в вязкой среде — воздухе).

Преимущества схемы «утка».

1. Оперение находится в невозмущенном потоке.
2. Подъемная сила ракеты увеличивается за счет подъемной силы рулей, направленной в ту же сторону.
3. Характеристики демпфирования, как это было сказано выше, у схемы «утка» лучше, чем у нормальной.

4. Горизонтальные рули имеют сравнительно небольшие размеры.

5. Схема «утка» позволяет легче размещать баки с топливом и двигательную установку, поскольку органы управления находятся в носовой части ракеты.

Таким образом, ракета, выполненная по схеме «утка», не имеет недостатков, свойственных нормальной схеме.

Однако при этом схема «утка» имеет свои недостатки, ограничивающие ее практическое применение.

1. На крыло воздействует скошенный рулями поток, что приводит к возникновению момента крена, действующего относительно продольной оси ракеты. Этот момент тем больше, чем меньше удлинение крыла, так как при этом почти вся поверхность его подвергается воздействию скошенного потока.

2. Из-за возникновения момента крена от косой обдувки крыла рули нельзя применять в качестве элеронов, ибо этот момент крена будет направлен противоположно моменту крена, возникающему от действия элеронов, и работа элеронов может быть сведена к нулю.

3. Так как угол атаки рулей (рис. 69) больше, чем угол атаки крыла, на величину угла отклонения руля относительно корпуса ракеты, т. е.

$$\alpha_p = \alpha_x + \delta,$$

срыв потока может произойти в первую очередь с рулей. При срыве возникают продольные колебания ракеты.

4. Вследствие узкого диапазона, в котором должен находиться центр давления относительно центра тяжести, компоновка ракеты, выполненной по схеме «утка», очень сложна.

5. Нагрузки на рули и изгибающие корпус ракеты моменты при прочих равных условиях больше, чем в случае нормальной схемы, так как углы атаки рулей велики.

Кроме перечисленных, к недостаткам схемы «утка» следует отнести трудность обеспечения путевой устойчивости, так как длинная носовая часть ракеты создает большие дестабилизирующие моменты, требующие развитого вертикального оперения с большим плечом относительно центра тяжести.

Преимущества схемы «бесхвостка».

1. Скос потока не влияет на подъемную силу крыла.
2. Отсутствие горизонтального управляющего оперения несколько уменьшает лобовое сопротивление и снижает вес конструкции.
3. Ракета, выполненная по схеме «бесхвостка», имеет малые несущие поверхности, компактна.

Недостатки схемы «бесхвостка».

1. Она не приспособлена для резких маневров, так как рулями на задней кромке крыла трудно совершить быстрый маневр из-за малого плеча у управляющего момента (малое расстояние от оси поворотных рулей до центра тяжести ракеты). Для увеличения управляющего момента необходимо увеличить управляющую подъемную силу, а это приводит либо к увеличению поверхности рулей, либо к увеличению угла их отклонения, что повышает мощность органов управления. И то и другое увеличивает вес ракеты.

2. Трудно добиваться достаточной статической устойчивости, так как расстояние между центром массы и центром сопротивления в ракете, выполненной по схеме «бесхвостка», получается небольшим.

3. Плохие характеристики демпфирования. Это получается потому, что поверхности ракеты расположены вблизи центра массы, вокруг которого происходит колебательное движение ракеты.

4. С ростом числа M (скорости полета) центр сопротивления быстро смещается, а поэтому запас статической устойчивости быстро возрастает. Так, например, при $M=1,5$ он увеличивается в 2,5—3 раза, тогда как у ракет, выполненных по схеме «утка», это увеличение составляет 1,3—1,5.

Оценивая аэродинамические схемы ракет, следует помнить, что каждая из них хороша для своего типа ракет. Например, зенитные ракеты, как правило, делают оперенным или крылатыми и т. п.

ГЛАВА V

ТЕОРИЯ ПОЛЕТА РАКЕТ РАЗЛИЧНОГО НАЗНАЧЕНИЯ

§ 1. ПОЛЕТ РАКЕТ ДАЛЬНЕГО ДЕЙСТВИЯ КЛАССА «ЗЕМЛЯ — ЗЕМЛЯ»

Рассмотрим полет хорошо стабилизированной управляемой ракеты с учетом вращения Земли и сопротивления воздуха. Допустим, что управление в каждый момент времени совмещает продольную ось ракеты с вектором скорости, касательным к траектории движения. При хорошо работающем управлении колебания ракеты относительно центра массы можно не учитывать и рассматривать движение ракеты как движение материальной точки.

Сначала напишем дифференциальное уравнение движения центра массы ракеты в векторной форме в абсолютном движении, используя формулы (1.16), (2.2) и (2.5):

$$m(\bar{J}_{\text{отн}} + \bar{j}_{\text{пер}} + \bar{j}_{\text{кор}}) = \bar{P} - \bar{R} - \bar{F}_T \quad (5.1)$$

Место старта и место падения ракеты рассматриваемого класса находятся на поверхности Земли. Управление ракетой и наблюдение за ее полетом осуществляются также относительно пунктов, расположенных на земной поверхности. Поэтому обычно расчет траектории движения ракеты проводят в системе координат, связанных с вращающейся Землей, т. е. в относительном движении. Тогда уравнение (5.1) примет вид

$$m\bar{j}_{\text{отн}} = \bar{P} - \bar{R} - \bar{F}_T - m\bar{j}_{\text{пер}} - m\bar{j}_{\text{кор}} \quad (5.2)$$

Пользуясь формулой (5.2), составим систему дифференциальных уравнений движения центра массы ракеты в осях координат X , Y , Z (рис. 70), связанных с Землей. Положение ракеты будет определяться координатами x , y , z или географической долготой η , широтой λ и радиусом r . Предварительно напишем проекции на координатные оси сил, действующих на ракету.

Проекция силы тяги на координатные оси будет равна произведению величины силы тяги на косинус углов между направлением вектора силы и соответствующей осью. Косинусы углов будут равны соответственно:

$$\frac{v_{\text{отн}x}}{v}; \quad \frac{v_{\text{отн}y}}{v}; \quad \frac{v_{\text{отн}z}}{v},$$

где $v_{\text{отн}x}$, $v_{\text{отн}y}$ и $v_{\text{отн}z}$ — проекции скорости движения центра

массы ракеты на координатные оси. Опуская в дальнейшем знаки «отн», получим

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Проекции силы тяги определяются простыми формулами:

$$P_x = P \cdot \frac{v_x}{v}; \quad P_y = P \cdot \frac{v_y}{v}; \quad P_z = P \cdot \frac{v_z}{v}. \quad (5.3)$$

Сила сопротивления воздуха зависит от скорости движения ракеты относительно атмосферы и определяется в рассматриваемом случае формулой (3.3).

Проекция этой силы на координатные оси будет равна также величине силы, умноженной на косинус

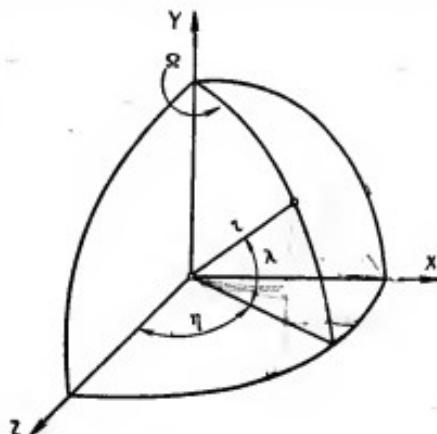


Рис. 70. Положение ракеты относительно Земли:
 η — широта; λ — долгота; r — радиус-вектор

угла между направлением вектора силы тяги и соответствующей осью:

$$\left. \begin{aligned} R_x &= \rho \frac{v_x}{2} \cdot SC_R v; \\ R_y &= \rho \frac{v_y}{2} \cdot SC_R v; \\ R_z &= \rho \frac{v_z}{2} \cdot SC_R v. \end{aligned} \right\} \quad (5.4)$$

Составляющие силы тяготения Земли определим, пользуясь формулой (2.16):

$$\left. \begin{aligned} F_{tx} &= mg_{t0} \cdot \frac{R^2}{r^2} \cdot \frac{x}{r}; \\ F_{ty} &= mg_{t0} \cdot \frac{R^2}{r^2} \cdot \frac{y}{r}; \\ F_{tz} &= mg_{t0} \cdot \frac{R^2}{r^2} \cdot \frac{z}{r}, \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

где $\frac{x}{r}$, $\frac{y}{r}$ и $\frac{z}{r}$ — косинусы углов между направлением действия силы F_t и соответствующей координатой.

Используя написанное, а также формулы (2.10) и (2.11), получим систему дифференциальных уравнений, описывающих движение центра массы ракеты:

$$\left. \begin{aligned} \dot{v}_x &= P \cdot \frac{v_x}{v} \cdot \frac{1}{m} - \rho \frac{v_x}{2} \cdot SC_R v \cdot \frac{1}{m} - \\ &\quad - g_{t0} \cdot \frac{R^2}{r^2} \cdot x + \Omega^2 x - 2\Omega v_z; \\ \dot{v}_y &= P \cdot \frac{v_y}{v} \cdot \frac{1}{m} - \rho \frac{v_y}{2} \cdot SC_R v \cdot \frac{1}{m} - g_{t0} \cdot \frac{R^2}{r^2} \cdot y; \\ \dot{v}_z &= P \cdot \frac{v_z}{v} \cdot \frac{1}{m} - \rho \frac{v_z}{2} \cdot SC_R v \cdot \frac{1}{m} - \\ &\quad - g_{t0} \cdot \frac{R^2}{r^2} \cdot z + \Omega^2 z + 2\Omega v_x \end{aligned} \right\} \quad (5.6)$$

Установим связь между положением ракеты в выбранной прямоугольной системе координат и ее географическими широтой и долготой. Из рис. (70) видно, что

$$\left. \begin{aligned} x &= r \cos \lambda \sin \eta; \\ y &= r \sin \lambda; \\ z &= r \cos \lambda \cos \eta. \end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$

Дифференцируя дважды по времени, получим:

$$v_x = \dot{x}; \quad v_y = \dot{y}; \quad v_z = \dot{z} \text{ и } \ddot{x}, \ddot{y} \text{ и } \ddot{z}.$$

Подставив в формулу (5.6) результаты дифференцирования формул (5.7), получим систему линейных дифференциальных уравнений. Учитывая громоздкость системы, напишем ее здесь в виде функциональных зависимостей:

$$\left. \begin{aligned} \dot{r} &= f_1(r, \eta, \lambda, \dot{r}, \dot{\eta}, \dot{\lambda}, t); \\ \dot{\eta} &= f_2(r, \eta, \lambda, \dot{r}, \dot{\eta}, \dot{\lambda}, t); \\ \dot{\lambda} &= f_3(r, \eta, \lambda, \dot{r}, \dot{\eta}, \dot{\lambda}, t). \end{aligned} \right\} \quad (5.8)$$

Сложность решения написанных уравнений очевидна. Однако трудности преодолеваются с помощью электронно-вычислительных машин.

Из общей системы уравнений легко получить системы, описывающие частные случаи движения. Характеристики движения центра массы ракеты при неработающем двигателе (на пассивном участке траектории) могут быть определены при использовании уравнений (5.6), в которых P надо приравнять нулю. При расчете движения на больших высотах в околосземном разреженном пространстве, когда можно не учитывать силу сопротивления воздуха, надо в формуле (5.6) опустить члены, взятые из уравнений (5.4).

В последнем случае легко проследить влияние вращения Земли на полет ракеты. Пусть точка A на рис. 71 и 72 является проекцией на земную поверхность условной точки входа ракеты в разреженные слои атмосферы, когда сопротивлением воздуха можно не считаться. Сначала не будем учитывать вращение Земли. Проекцию условной точки входа ракеты в плотные слои атмосферы на нисходящей ветви траектории обозначим через B . Таким образом, проекция плоской траектории на поверхности Земли без учета ее вращения будет AB . Оси координат расположены так, чтобы OX находилась в плоскости меридиана, проходящего через точку A . Широта λ_B и долгота φ_B точки B могут быть легко определены через тригонометрические функции углов α , β и 2ϕ , показанных на рис. 71. Обозначим время полета ракеты в разреженных слоях атмосферы буквой t . За

время t Земля повернется с запада на восток на угол Ωt и долгота точки входа ракеты в плотные слои атмосферы будет

$$\eta_1 = \eta_B - \Omega t.$$

Широта точки входа ракеты в плотные слои атмосферы не изменится при вращении Земли, не изменится и широта проекции этой точки на поверхность Земли.

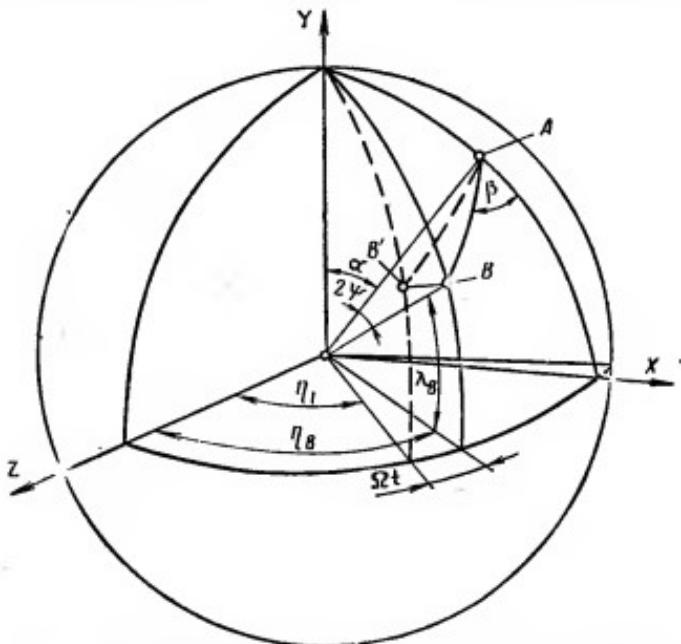


Рис. 71. Проекция траектории полета ракеты на Землю:
AB — без учета вращения Земли; AB' — с учетом вращения Земли

Проекция траектории ракеты на вращающейся Земле будет иметь вид кривой AB' . Поправка на вращение Земли BB' откладывается при любом азимуте стрельбы против ее вращения, т. е. так, как показано на рис. 71.

При определении времени движения ракеты t и величины участка AB надо пользоваться абсолютной скоростью движения ракеты, которая равна

$$\bar{v}_s = \bar{v}_{\text{отн}} + \bar{v}_\phi,$$

где v_e — скорость переносного движения точки запуска ракеты.

Скорость v_0 зависит от широты, в которой запускают ракету, и азимута стрельбы. Относительная скорость $v_{0\text{отн}}$ должна быть определена в выбранной точке входа ракеты в разреженные слои.

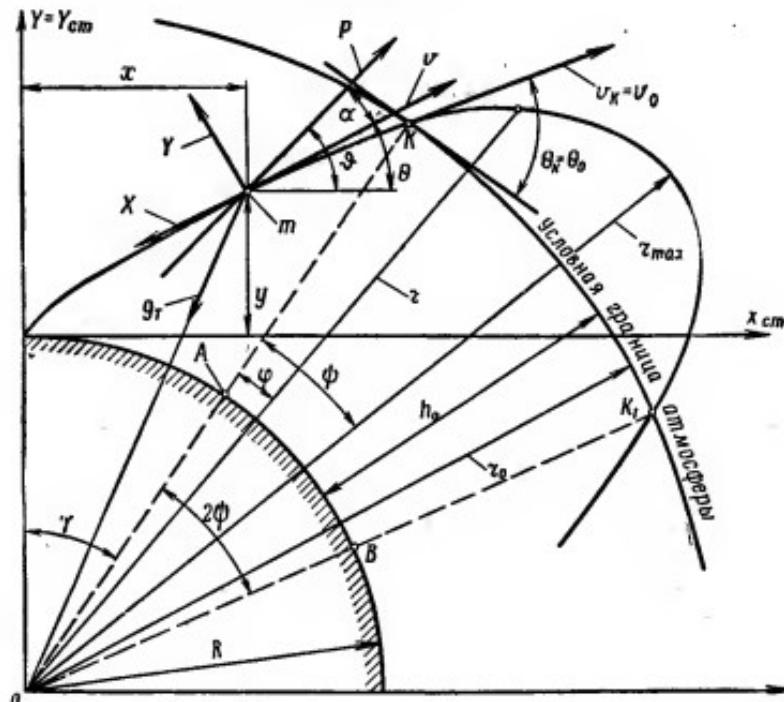


Рис. 72. Плоская траектория баллистической ракеты дальнего действия:

участок $K-K_1$ — эллиптическая часть траектории; $X_{ct}^{0Y_{ct}}$ — стартовая система прямоугольных координат

Наибольшая величина v_e , равная окружной скорости Земли,— на экваторе. При запуске ракеты вдоль экватора по направлению вращения Земли, с запада на воссток к скорости $v_{\text{отн}}$, вычисленной относительно Земли, надо прибавить скорость, равную примерно 465 м/сек. При запуске против вращения Земли эту величину надо отнять от $v_{\text{отн}}$.

При запуске ракет, выводящих на орбиту наши первые искусственные спутники, к значению $v_{\text{оти}}$ добавлялось приблизительно 200 м/сек за счет вращения Земли

Общие формулы (5.6) и (5.7) позволяют также получить систему дифференциальных уравнений, описывающих полет баллистической ракеты или ее головной части без учета вращения Земли на пассивном, неуправляемом участке полета за пределами плотных слоев атмосферы.

Если в системе уравнений (5.6) v_x , v_z , Ω привести к нулю, опустить члены, учитывающие силу тяги и аэродинамическое сопротивление, то получим рассматриваемый случай, отвечающий плоской траектории движения. Помня, что угол $\lambda = 90^\circ - \gamma$, и учитывая только тяготение Земли, из формулы (5.6) получим:

$$\left. \begin{aligned} \dot{v}_x &= -g_{\text{то}} \cdot \frac{R^2}{r^2} \cdot \sin \gamma; \\ \dot{v}_y &= -g_{\text{то}} \cdot \frac{R^2}{r^2} \cdot \cos \gamma. \end{aligned} \right\} \quad (5.9)$$

Если $\eta = 90^\circ$, то в формуле (5.7)

$$\left. \begin{aligned} x &= r \cdot \sin \gamma; \\ y &= r \cdot \cos \gamma. \end{aligned} \right\} \quad (5.10)$$

Дважды дифференцируя значения (5.10) и подставляя результаты дифференцирования в формулы (5.9), после несложных преобразований получим:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{r} - r\dot{\gamma}^2 &= -g_{\text{то}} \frac{R^2}{r^2}; \\ 2\ddot{r}\dot{\gamma} + \ddot{\gamma} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.11)$$

Это известные дифференциальные уравнения движения ракеты на пассивном участке полета в центральном гравитационном поле Земли без учета сопротивления воздуха и вращения Земли, написанные в полярных координатах r и γ . Система (5.11) является основой так называемой эллиптической теории, позволяющей приближенно определять характеристики движения баллистических ракет и спутников Земли.

§ 2. УПРАВЛЯЕМЫЙ ПОЛЕТ ПО ПРОГРАММЕ

Полет по программе происходит при соблюдении заранее заданного изменения какой-либо характеристики движения. Например, для баллистических ракет дальнего действия задается программа изменения угла тангажа на активном участке траектории, обеспечивающая нужную форму траектории.

Составим уравнения движения, описывающие управляемый полет. Для упрощения не будем учитывать влияния вращения Земли, а силу тяжести будем полагать постоянной по величине и направлению. Допустим, что управление по крену и рысканию обеспечивает полет ракеты в вертикальной плоскости, проходящей через место старта и цель. При принятых допущениях можно считать, что силы, действующие на ракету, будут лежать в одной плоскости, а траектория полета — плоская кривая. Ускорение при криволинейном движении можно представить как сумму тангенциального и нормального ускорений. Эти ускорения направлены по так называемым натуральным (естественным) осям координат. Тангенциальное (касательное) ускорение равно v и направлено по касательной к траектории. Нормальное ускорение, иногда называемое центростремительным, направлено по нормали к траектории в сторону центра кривизны и равно $\frac{v^2}{\rho}$.

Кривизна траектории $\frac{1}{\rho}$ может быть представлена формулой

$$\frac{1}{\rho} = \left| \frac{d\Theta}{dS} \right|,$$

где $d\Theta$ — элементарное изменение угла наклона касательной к траектории;

dS — элементарный отрезок кривой.

Проведя замену, получим формулу для нормального ускорения:

$$\frac{v^2}{\rho} = v \left| \frac{d\Theta}{dt} \right|.$$

Знак производной $\frac{d\Theta}{dt}$ зависит от формы траектории. Если Θ убывает с возрастанием дуги, то будет знак минус, если наоборот, то плюс.

В качестве примера рассмотрим движение самолета-снаряда при запуске с помощью стартового двигателя. Составим схему действующих сил, приложенных к центру массы (рис. 73). Проекции этих сил на касательную и нормаль для наглядности помещены в табл. 2.

Обозначения сил и углов взяты из рис. 73. Управляющие силы приведены к центру массы ЦМ, и пары

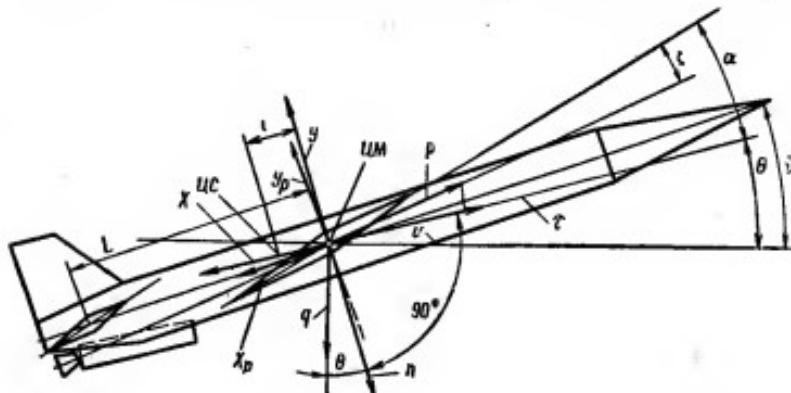


Рис. 73. Схема действия сил при полете самолета-снаряда под действием стартового двигателя:
t — направление касательной к траектории; n — направление нормали к траектории

сил на рисунке не показаны. Знак перед проекцией показывает направление составляющей силы. Если направление составляющей совпадает с направлением оси, то стоит плюс, если не совпадает — минус.

Таблица 2

Сила	Касательная составляющая (проекция на ось t)	Нормальная составляющая (проекция на ось n)
Сила тяги	$P \cdot \cos(\alpha - \xi)$	$-P \cdot \sin(\alpha - \xi)$
Сила лобового сопротивления	$-X$	—
Подъемная сила	—	$-Y$
Составляющая силы веса	$q \cdot \sin \Theta$	$q \cdot \cos \Theta$
Потеря тяги на рулях управления	$-X_p \cdot \cos(\vartheta - \Theta)$	$+X_p \cdot \sin(\vartheta - \Theta)$
Управляющие силы	$-Y_p \cdot \sin(\vartheta - \Theta)$	$-Y_p \cdot \cos(\vartheta - \Theta)$

В табл. 2 под X_p и Y_p подразумевается сумма сил, даваемых однотипными управляющими органами, под P — суммарная тяга всех двигателей.

Напишем уравнение движения в проекциях на касательную и нормаль:

$$\left. \begin{aligned} m\dot{v} &= P \cdot \cos(\alpha - \xi) - X - q \cdot \sin \Theta - \\ &- X_p \cdot \cos(\vartheta - \Theta) - Y_p \cdot \sin(\vartheta - \Theta); \\ m\dot{\Theta} &= P \cdot \sin(\alpha - \xi) + Y - q \cdot \cos \Theta - \\ &- X_p \cdot \sin(\vartheta - \Theta) + Y_p \cdot \cos(\vartheta - \Theta). \end{aligned} \right\} \quad (5.12)$$

В правой части последнего уравнения знаки изменены на обратные по сравнению с таблицей, потому что производная $\dot{\Theta}$ при уменьшении угла Θ имеет знак минус.

В уравнении вращательного движения будем учитывать следующие моменты.

Момент аэродинамических сил M_a , который приближенно равен произведению $Y \cdot l$, где Y — подъемная сила, а l — расстояние между центром массы ЦМ и центром сопротивления ЦС (рис. 73). Момент управляющих сил M_p , который приближенно равен произведению $Y_p \cdot L$, где L — расстояние от центра давления управляющих органов до центра массы самолета-снаряда.

У некоторых ракет имеется несколько управляющих органов. Например, у ракеты типа «V-2» (рис. 1) есть газовые и аэродинамические рули. В этом случае в уравнениях движения вместо управляющих сил и моментов должны стоять суммы сил и моментов: ΣX_{pi} , ΣY_{pi} , ΣM_{pi} и т. д. Также должны суммироваться силы тяги и моменты от них для различных одновременно работающих двигателей. Уравнение вращательного движения будет иметь вид

$$J\dot{\Theta} = M_a + M_p \quad (5.13)$$

К написанным трем уравнениям надо добавить два очевидных кинематических уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= v \cdot \cos \Theta; \\ \dot{y} &= v \cdot \sin \Theta \end{aligned} \right\} \quad (5.14)$$

и уравнения, определяющие программу полета.

Численные значения проекций всех сил на нормальные оси координат зависят не только от конструкции и размеров летательного аппарата, но и от величины углов α , ξ , Θ и θ . Так как стартовый двигатель до момента его отделения от самолета-снаряда закреплен неподвижно, то угол ξ не меняется во время полета; углы α и Θ меняются и могли бы определять характеристики движения, однако надежное измерение их представляет большие трудности.

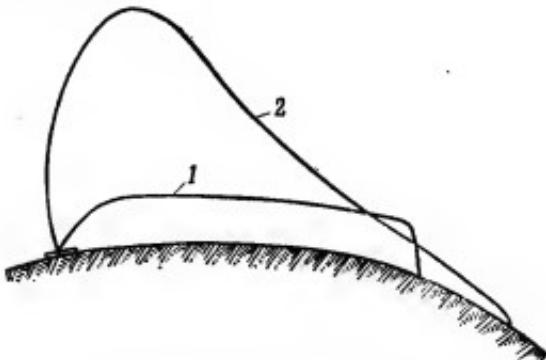


Рис. 74. Траектория полета:
1 — самолета-снаряда; 2 — крылатой планирующей ракеты

Относительно просто и достаточно надежно изменяется в полете угол тангажа θ . Поэтому его и выбирают в качестве элемента, определяющего программу полета в вертикальной плоскости.

Вид программного уравнения $\theta = f(t)$ для угла тангажа зависит от конструкции ракеты, формы траектории и способа управления. На рис. 72 была показана траектория баллистической ракеты; на рис. 74 — траектории движения самолета-снаряда и крылатой планирующей ракеты. Самолет-снаряд, как правило, стартует с иаклонных направляющих, затем переходит в горизонтальный полет на постоянной высоте до района цели, где и переходит в пикирование на цель. Заранее задается высота полета. Поэтому угол тангажа θ при наборе высоты плавно меняется от начального значения до $\theta \approx 0$. Изменение угла тангажа зависит от барометрического давления окружающего воздуха, меняющегося с высотой.

После отделения стартового двигателя горизонтальный полет самолета-снаряда осуществляется под действием маршевого двигателя. Пусть вектор тяги маршевого двигателя направлен по продольной оси корпуса самолета-снаряда, тогда угол $\xi=0$ (рис. 73). Кроме того, для горизонтального полета $\theta=\Theta=0$ и $\dot{\Theta}=0$ и из формулы (5.12) получим систему уравнений, описывающих горизонтальный полет.

При $y=H=\text{const}$

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{v} &= P - (X + X_{\text{упр}}); \\ Y \pm Y_{\text{упр}} &= q. \end{aligned} \right\} \quad (5.15)$$

При $m=\text{const}$, если $P > X + X_{\text{упр}}$, скорость будет увеличиваться; если $P < X + X_{\text{упр}}$, скорость будет уменьшаться. Для полета с постоянной скоростью необходимо равенство $P = X + X_{\text{упр}}$. Так как во время полета m и q уменьшаются за счет выгорания топлива, то для соблюдения постоянства высоты полета необходимо менять за счет изменения угла атаки связанные между собой $Y_{\text{упр}}$ и Y .

Баллистическая ракета дальнего действия стартует вертикально с дальнейшим постепенным уменьшением угла тангенса (рис. 72). К концу управляемого полета задается небольшой прямолинейный наклонный участок, на котором выключается двигатель в момент достижения ракетой расчетной скорости. Выключение двигателя на прямолинейном участке уменьшает влияние возмущений, связанных с остановкой двигателя, на отклонение ракеты от расчетной траектории. Угол наклона прямолинейного участка к горизонту вместе с начальной скоростью определяет требуемую дальность стрельбы. Пример расчетного графика изменения угла тангенса баллистической ракеты показан на рис. 75. Уравнение кривой $\theta_{\text{упр}}=f(t)$ должно обеспечить плавный переход от $\theta=90^\circ$ до $\theta=\theta_k$. Составим систему уравнений, описывающую управляемый полет баллистической ракеты на активном участке траектории. Рассмотрим плоскую задачу и не будем учитывать влияние вращения Земли. Управляющие силы Y_p и X_p отдельно учитывать не будем, а включим в лобовое сопротивление и подъемную силу. Силу тяги направим по продольной оси ракеты. Систему уравнений составим в

проекциях на оси прямоугольной стартовой системы координат (рис. 72). Проекцию вектора скорости на ось X обозначим буквой u , а проекцию его на ось Y буквой w . Проекции ускорения земного тяготения на те же оси обозначим соответственно g_{tx} и g_{ty} :

$$g_{tx} = g_t \cdot \sin \gamma;$$

$$g_{ty} = g_t \cdot \cos \gamma.$$

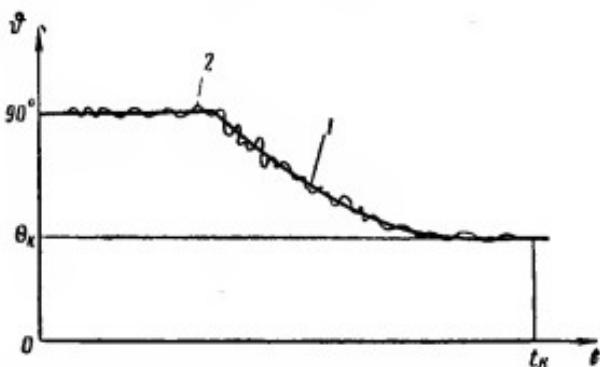


Рис. 75. Расчетная программа изменения угла тангенса при выведении баллистической ракеты дальнего действия на неуправляемую часть траектории:

1 — идеальная кривая; 2 — пример записи действительного изменения угла тангенса в процессе полета

Написав уравнения движения в проекциях на выбранные оси координат и добавив обычные кинематические и тригонометрические соотношения, очевидные из рис. 72, получим систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{dt} &= \frac{P \cdot \cos(\Theta + \alpha) - X \cdot \cos \Theta - Y \cdot \sin \Theta}{m} - g_t \cdot \sin \gamma; \\ \frac{dw}{dt} &= \frac{P \cdot \sin(\Theta + \alpha) - X \cdot \sin \Theta + Y \cdot \cos \Theta}{m} - g_t \cdot \cos \gamma \\ \frac{dx}{dt} &= u; \quad \frac{dy}{dt} = w; \quad \operatorname{tg} \Theta = \frac{w}{u}; \quad \operatorname{tg} \gamma = \frac{x}{R + Y}. \end{aligned} \right\} \quad (5.16)$$

Если к написанным уравнениям добавить уравнение, определяющее программный угол тангенса ($\alpha + \Theta) = \theta_{\text{пр}} = \theta(t)$, и уравнение, определяющее изменение мас-

сы ракеты $m(t)$, то система может быть решена численным интегрированием.

У крылатых ракет, например у ракеты А-4В, бывшей немецкой армии начальный участок движения имел траекторию, похожую на траекторию баллистической ракеты дальнего действия (рис. 74). В одной из точек свободного полета такая крылатая ракета должна переходить на режим постепенного планирующего спуска. В этом случае программа должна обеспечить взлет с постепенным уменьшением угла тангенса. При достижении оптимальной высоты изменение угла тангенса должно обеспечить постепенный переход на режим планирующего спуска.

Система уравнений, описывающая планирующий спуск ракеты с постоянным углом тангенса, может быть получена из уравнений (5.12) и (5.14). Примем, как и для горизонтального полета, $\xi=0$ (рис. 73), $-\theta=-\Theta=-\text{const}$ и $\dot{\Theta}=0$. Знак минус показывает, что θ и Θ отсчитываются от горизонтали вниз. Тогда:

$$mv = P - X + q \cdot \sin \Theta - X_p;$$

$$Y \pm Y_p = q \cdot \cos \Theta;$$

$$\dot{x} = v \cdot \cos \Theta; \quad \dot{y} = v \cdot \sin \Theta.$$

Уравнения управляемого полета при выключенном двигателе легко могут быть получены из предыдущих, если тяга $P=0$.

Во время полета случайные возмущения и работа всей системы управления приводят к колебаниям продольной оси ракеты, а следовательно, и к отклонению угла тангенса от программных значений (рис. 75). При хорошо работающем управлении угол тангенса незначительно отклоняется от расчетного, определяемого программой полета.

Программа полета может устанавливаться не только по углу тангенса, форме траекторий или высоте полета. Заранее могут быть заданы изменение скорости по времени $v(t)$, или нормальные перегрузки, или какие-либо другие характеристики движения. Программирование может осуществляться не только в вертикальной плоскости, но и в горизонтальной, а также и для пространственных траекторий.

Выбор программы полета с учетом всех требований, предъявляемых к ракете, является одним из серьезных этапов проектирования.

§ 3. УПРАВЛЯЕМЫЙ ПОЛЕТ РАКЕТ, ПРЕДНАЗНАЧЕННЫХ ДЛЯ БОРЬБЫ С БЫСТРО ПЕРЕМЕШАЮЩИМИСЯ ЦЕЛЯМИ

Траектории полета управляемых ракет, предназначенных для борьбы с быстро перемещающимися целями — сложные пространственные кривые. Вид траектории зависит от типа старта, характера цели, характеристики ее движения, способа наведения ракеты на цель, взаимного расположения цели и пусковой установки, от направления и величины векторов скоростей ракеты и цели перед встречей и от других причин.

Баллистический расчет должен дать все основные параметры траектории, исходя из которых можно судить о необходимых характеристиках системы управления и ракетного комплекса в целом. Обычно расчет ведется в несколько приближений. Сначала устанавливаются характеристики траектории центра масс ракеты с учетом основных уравнений динамики полета и кинематических зависимостей, вытекающих из предполагаемого метода наведения. При этом устанавливается целесообразность выбирамого метода наведения на цель и возможность поражения цели, определяется кривизна траектории и нормальные ускорения ракеты. В процессе проектирования и изготовления ракетного комплекса баллистические расчеты повторяются с введением в них новых данных о ракете, системе ее стабилизации и управления. У правильно стабилизованных и хорошо управляемых ракет реальная траектория близка к расчетной.

Проведение баллистических расчетов в полном объеме является сложным и трудоемким делом. Можно, однако, используя кинематические методы исследования траекторий, найти некоторые их свойства, позволяющие иметь первоначальное суждение о приемлемости того или иного способа наведения и установить границы исходных данных, в пределах которых надо проводить более точные решения.

При чисто кинематических методах исследования кинематические уравнения, определяющие направление

вектора скорости ракеты, решаются в отрыве от уравнений, описывающих динамику движения. Необходимость иметь заранее зависимость скорости ракеты от времени $v_p(t)$ ограничивает применимость таких методов. Для многих типов ракет, учитывая переменистость в процессе движения массы ракеты, силы тяги и аэrodинамических сил, невозможно получить $v_p(t)$ без решения задач динамики движения ракеты. В большинстве случаев кинематические методы позволяют иметь аналитические решения, используемые при исследовании движения самоаводящихся ракет. Скорость ракеты чаще всего берется постоянной.

Для удобства рассмотрения сложных траекторий их целесообразно разбить на три основных участка. Первым будем считать стартовый участок, на котором полет обычно неуправляем. На втором участке вступает в действие система управления и ракета выводится на траекторию, соответствующую выбранному методу наведения на цель. Третий участок — участок наведения — предшествует встрече ракеты с целью.

Характеристики движения на каждом из участков зависят от многих перечисленных выше факторов. На первом (стартовом) участке управление, как правило, не работает и расчет траектории может вестись по системе уравнений, описывающих полет неуправляемых ракет.

Наиболее сложен расчет траектории второго участка — участка перехода от неуправляемого полета к управляемому. Однако он мало влияет на траекторию управляемого полета, предшествующую встрече ракеты с целью. В этом разделе рассмотрим построение только последних участков траекторий управляемого полета, соответствующих заданному способу наведения.

Для ракет, поражающих быстро перемещающиеся цели, за рубежом применяются командное управление, самоаведение и комбинированные методы управления. Одной из характерных особенностей каждой системы управления является присущий ей способ наведения на цель. Хорошо известны два способа: наведение в упрежденную точку и наведение способом совмещения. Последний способ применяется только при командных методах наведения. Наведение в упрежденную точку используется и при командных методах и при самоаведении.

Известны и комбинации различных методов и способов наведения.

При наведении в упрежденную точку применяются следующие принципы, определяющие величину угла

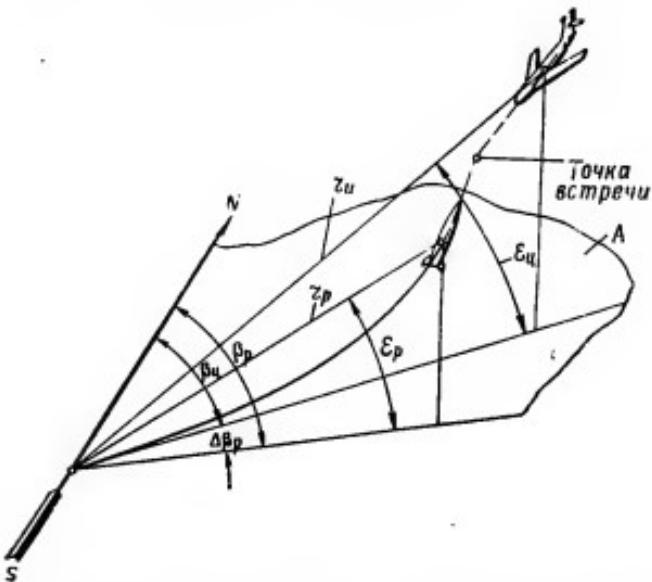


Рис. 76. Положение ракеты и цели перед встречей:
A — горизонтальная плоскость; ϵ_u — угол места цели; ϵ_p — угол места ракеты; β_u — азимут цели; β_p — азимут ракеты

упреждения: наведение с постоянным углом упреждения, последовательное упреждение, наведение при параллельном и при пропорциональном сближении, наведение с нулевым углом упреждения по так называемой погонной кривой.

Рассмотрим траектории управляемого полета ракет, соответствующие названным принципам наведения.

Наведение в упрежденную точку

Стрельба в упрежденную точку — основной способ стрельбы ствольной артиллерии по быстро перемещающимся целям, который хорошо разработан. Как известно, положение упрежденной точки выбирается так, чтобы за время движения снаряда цель также переместилась в упрежденную точку (рис. 76).

Если при командном наведении обозначить через $\epsilon_{ц}$ и ϵ_p углы места цели и ракеты, а через $\beta_{ц}$ и β_p — их азимуты, то связь между этими углами определится из рис. 76 простыми равенствами:

$$\epsilon_p = \epsilon_{ц} + \Delta\epsilon_p; \quad (5.17)$$

$$\beta_p = \beta_{ц} + \Delta\beta_p \quad (5.18)$$

В процессе наведения углы упреждения $\Delta\epsilon_p$ и $\Delta\beta_p$ перемены. Известно много формул, по которым задаются углы упреждения. В общем виде их функциональные зависимости можно выразить так:

$$\Delta\epsilon_p = f(r_{ц}, r_p, \dot{r}_{ц}, \dot{r}_p, \epsilon_{ц}, \epsilon_p, a, b \dots); \quad (5.19)$$

$$\Delta\beta_p = f_1(r_{ц}, r_p, \dot{r}_{ц}, \dot{r}_p, \epsilon_{ц}, \epsilon_p, a_1, b_1 \dots), \quad (5.20)$$

где $r_{ц}, r_p$ — радиусы-векторы цели и ракеты;

$\dot{r}_{ц}, \dot{r}_p$ — скорости изменения радиусов-векторов в процессе наведения;

a, b, a_1, b_1 и т. д. — постоянные величины, характерные для данной системы управления.

Конкретный вид функциональной зависимости устанавливается при проектировании всего ракетного комплекса. Можно указать только два общих требования. Направление движения ракеты должно меняться плавно, с возможно большим приближением траектории к прямолинейной. Естественно также, что величины текущих угловых упреждений $\Delta\epsilon_p$ и $\Delta\beta_p$ должны уменьшаться в процессе наведения и при $r_p=r_{ц}$ должны быть $\Delta\epsilon_p=\Delta\beta_p=0$, в противном случае ракета пролетит мимо цели.

При правильном старте ракеты и прямолинейном движении цели с постоянной скоростью идеальная траектория полета ракеты близка к траектории неуправляемого полета. Поэтому в первом приближении характеристики движения ракеты могут быть определены решением системы уравнений, описывающих неуправляемый полет, при независимом переменном времени. Рассчитав семейство траекторий с различными начальными углами бросания Θ_0 и зная характеристики движения цели, можно получить значения начальных углов упреждения. В действительности траектория движения ракеты будет несколько искажаться за счет маневра

цели и других причин и предполагаемая мгновенная точка встречи будет менять свое положение. Такой весьма сложный расчет можно провести, только имея данные по всему ракетному комплексу.

Рассмотрим теперь кинематику движения цели и ракеты на последнем участке пути перед их встречей по траектории наведения с упреждением. Будем считать, что цель и ракета движутся в одной плоскости.

Относительное положение ракеты и цели будем определять расстоянием r (назовем его радиусом-вектором) и двумя углами α и β между мгновенными векторами скорости ракеты и цели и линией визирования, совпадающей с r (рис. 77). Угол α определяет упреждение. Для ориентирования линии визирования относительно неподвижной системы координат

Рис. 77. Схема углов, определяющих взаимное положение ракеты и цели

введем угол γ . Обозначим так же, как и раньше, угол наклона вектора скорости ракеты к горизонтальной линии через

$$\theta = \gamma + \alpha.$$

Изменение расстояния между ракетой и целью за бесконечно малый промежуток времени равно разности проекций скоростей v_u и v_p на направление вектора r :

$$\frac{dr}{dt} = v_u \cdot \cos \beta - v_p \cdot \cos \alpha. \quad (5.21)$$

Знак минус перед вторым слагаемым показывает, что при росте скорости v_p расстояние r уменьшается. Скорость изменения угла γ будет

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{v_u \cdot \sin \beta - v_p \cdot \sin \alpha}{r} \quad (5.22)$$

Нормальные ускорения цели и ракеты определяются произведением касательных и угловых скоростей:

$$a_{n \text{ ц}} = v_{\text{ц}} \left(\frac{d\beta}{dt} + \frac{d\gamma}{dt} \right); \quad (5.23)$$

$$a_{n \text{ р}} = v_{\text{р}} \left(\frac{d\alpha}{dt} + \frac{d\gamma}{dt} \right). \quad (5.24)$$

Рассмотрим случай постоянного угла упреждения $\alpha = \alpha_0 = \text{const}$ и прямолинейного движения цели.

Очевидно, что для этих условий $a_{n \text{ ц}} = 0$, т. е.

$$\frac{d\beta}{dt} + \frac{d\gamma}{dt} = 0,$$

так как $v_{\text{ц}} \neq 0$, и

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{v_{\text{р}} \cdot \sin \alpha_0 - v_{\text{ц}} \cdot \sin \beta}{r}. \quad (5.25)$$

Вынеся за скобку $v_{\text{ц}}$ в правой части и обозначив

$$p = \frac{v_{\text{р}}}{v_{\text{ц}}},$$

получим,

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{v_{\text{ц}}(p \sin \alpha_0 - \sin \beta)}{r}. \quad (5.26)$$

Условие идеального упреждения, при котором обеспечивается встреча ракеты с целью, имеет вид

$$v_{\text{р}} \cdot \sin \alpha = v_{\text{ц}} \cdot \sin \beta. \quad (5.27)$$

Для рассматриваемого случая $\alpha = \alpha_0 = \text{const}$ обозначим в равенстве (5.27) β через β_s , называя его углом обязательной встречи:

$$\sin \beta_s = p \cdot \sin \alpha_0. \quad (5.28)$$

Тогда

$$\frac{d\beta}{dt} = v_{\text{ц}} \cdot \frac{(\sin \beta_s - \sin \beta)}{r}. \quad (5.29)$$

Приняв в выражении (5.21) $\alpha = \alpha_0$ и разделив выражение (5.21) на выражение (5.29), получим

$$\frac{dr}{r} = \frac{\cos \beta - p \cdot \cos \alpha_0}{\sin \beta_s - \sin \beta} \cdot d\beta. \quad (5.30)$$

Исследуем возможные условия встречи ракеты с целью при принятом способе наведения. Для обеспечения встречи r должно уменьшаться, а это значит, что

$$\frac{dr}{dt} < 0. \quad (5.31)$$

При этом если исходить из выражения (5.21), то должно обеспечиваться неравенство

$$\cos \beta < p \cdot \cos \alpha_0.$$

Пользуясь условием идеального упреждения (5.27), получим

$$p^2(1 - \sin^2 \alpha_0) > 1 - p^2 \cdot \sin^2 \alpha_0.$$

Следовательно, при рассматриваемом способе наведения для обеспечения попадания ракеты в цель необходимо иметь $p > 1$, т. е. скорость ракеты должна быть больше скорости цели. Кроме того, при определенных p и α_0 для обеспечения равенства (5.28) должно сохраняться в процессе наведения соответствующее им значение β_B . Очевидно, что в реальных условиях при маневре цели это не соблюдается, а следовательно, надежность встречи ракеты с целью не обеспечивается.

Практический интерес могут представлять случаи, когда

$$p > 1, \alpha_0 < 90^\circ \text{ и } \sin \alpha_0 \leq \frac{1}{p}.$$

Для этих условий найдем возможные величины нормальных ускорений, определяющие перегрузки ракеты при сближении ее с целью.

Нормальное ускорение ракеты определяется формулой (5.24). Помня, что для принятых условий $\frac{da}{dt} = 0$, а $\frac{d\gamma}{dt}$ находится по формуле (5.22), получим

$$a_{n,p} = v_p v_u \left(\frac{\sin \beta - p \cdot \sin \alpha_0}{r} \right).$$

Зависимость r от β определим, интегрируя выражение (5.30):

$$\int_{r_0}^r \frac{dr}{r} = \int_{\beta_0}^{\beta} \frac{\cos \beta - p \cdot \cos \alpha_0}{\sin \beta_B - \sin \beta} \cdot d\beta.$$

Преобразовывая после интегрирования это выражение, получим

$$a_{n,p} = \frac{2v_p^2}{pr_0} \left(\sin \frac{\beta - \beta_b}{2} \right)^{2-\kappa} \cdot \left(\cos \frac{\beta + \beta_b}{2} \right)^{2+\kappa} \times \\ \times \left(\sin \frac{\beta_b - \beta}{2} \right)^{-1+\kappa} \left(\cos \frac{\beta_b + \beta}{2} \right)^{-1-\kappa}, \quad (5.32)$$

где

$$k = p \cdot \frac{\cos \alpha_0}{\cos \beta_b}.$$

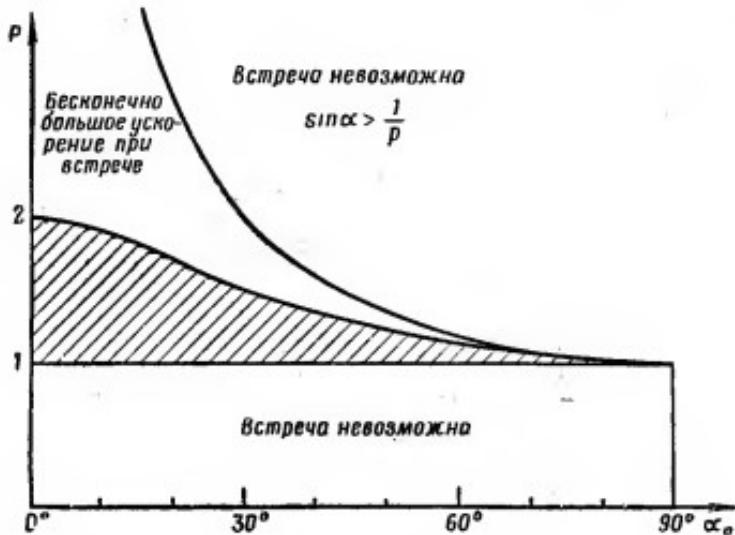


Рис. 78. Зависимость относительной скорости ракеты от постоянного угла упреждения. Заштрихованная область соответствует условиям встречи ракеты с целью при конечной величине нормальных ускорений

Для обеспечения встречи ракеты с целью β должно стремиться к β_b . Тогда предельные ускорения будут:

при $k < 2$ $\lim a_{n,p} = 0$;

при $k > 2$ $\lim a_{n,p} = \infty$;

при $k = 2$ $0 < \lim a_{n,p} < \infty$.

Очевидно, что практически может быть использован только случай $k \leq 2$.

Анализ формулы (5.32) дает область возможных значений p в зависимости от α_0 (рис. 78). Как видно из

рисунка, область теоретически возможных условий встречи при самонаведении с постоянным углом упреждения крайне ограничена.

Если применить условие идеального упреждения к формуле (5.22), то получим $\frac{d\gamma}{dt} = 0$, а это значит, что в процессе наведения линия визирования будет оставаться параллельной самой себе. Такой способ наведения с упреждением получил название способа параллельного сближения. При прямолинейном движении цели ракета будет лететь по прямой линии.

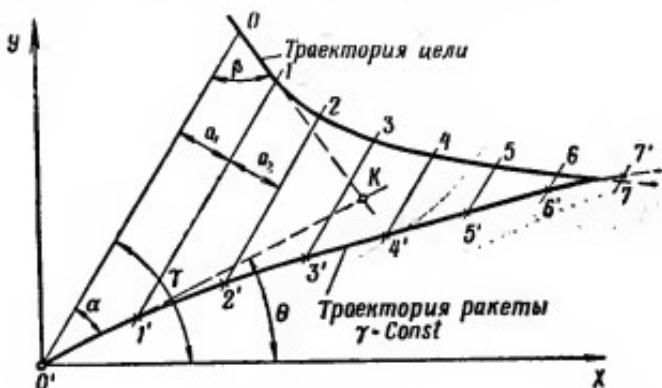


Рис. 79. Приближенное построение траектории ракеты, наводимой по способу последовательных упреждений (параллельное сближение):

K — условная точка встречи, если бы цель и ракета сохранили направление движения и скорости, которые они имели на первом участке (в интервале между прямыми $0-O'$ и $1'-1$)

При более общем случае криволинейного движения цели и параллельном перемещении линии визирования угол упреждения α не может оставаться постоянным, а должен меняться в зависимости от изменения угла β . Учитывая переменность угла, такой способ наведения иногда называют способом последовательных упреждений. При известных характеристиках траектории движения цели приближенное графическое построение траектории ракеты затруднений не вызывает. Способ построения показан на рис. 79. На траекторию движения цели наносятся положения ее — $0, 1, 2, 3, \dots$, соответствующие промежуткам времени Δt , из каждой точки

проводятся прямые, параллельные направлению начального угла визирования. На начальную линию визирования $0-0'$ наносится положение центра массы ракеты (точка $0'$) и из нее на линии визирования $1-1'$ циркулем делается засечка. Раствор циркуля устанавливается исходя из условия идеального упреждения (5.27). Принимая приближенно для первого участка

$$\sin \beta_{(0)} \approx \frac{\bar{a}_1}{\bar{0}-1} \text{ и } \sin \alpha_{(0')} \approx \frac{\bar{a}_1}{\bar{0}'-1'},$$

получим длину пути ракеты за первый участок

$$\overline{0'-1'} = \overline{0-1} \cdot \frac{v_{p1}}{v_{u1}}.$$

Этот размер и будет равен раствору циркуля. Из точки $1'$ делается отметка $2'$ на линии $2-2'$ размером

$$\overline{1'-2'} = \overline{1-2} \cdot \frac{v_{p2}}{v_{u2}}$$

и т. д. Построение продолжается до пересечения траекторий цели и ракеты. Средние скорости цели и ракеты на каждом из участков могут быть определены как полусумма скоростей в начале и конце рассматриваемого участка. Необходимость иметь заранее зависимость скорости ракеты от времени $v_p(t)$ ограничивает применимость графического метода построения траектории.

Теперь составим систему уравнений, приближенно описывающих рассмотренный случай движения ракеты в вертикальной плоскости. Подобно предыдущему, считая ракету идеально управляемой, т. е. такой, у которой ось ее совпадает с вектором скорости, используем уравнение движения:

$$m \frac{dv_p}{dt} = P - X - mg \cdot \sin \Theta.$$

Из рис. 79 видно, что $\Theta = \gamma - \alpha$, где γ — величина постоянная, зависящая от начального положения цели и ракеты, а α определяется при условии идеального упреждения (5.27). Используя обычные кинематические зависимости

$$u = v_p \cdot \cos \Theta \text{ и } w = v_p \cdot \sin \Theta$$

и условие идеального упреждения, получим систему, состоящую из трех дифференциальных уравнений и одного тригонометрического:

$$\begin{aligned} m \cdot \frac{dv_p}{dt} &= P - X - mg \cdot \sin(\gamma - \alpha); \\ \frac{dx}{dt} &= u; \\ \frac{dy}{dt} &= w; \\ \sin \alpha &= \frac{v_u}{v_p} \cdot \sin \beta. \end{aligned} \quad | \quad (5.33)$$

При известных характеристиках движения цели (v_u и β) система легко решается численным интегрированием.

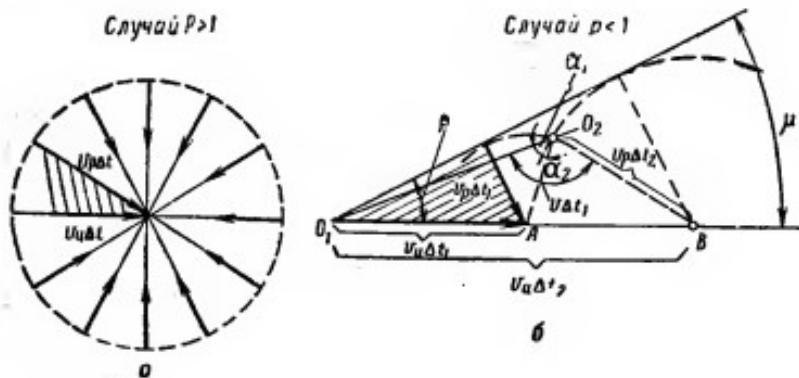


Рис. 80. Схема перехвата прямолинейно движущейся цели при $p=\text{const}$ и параллельном способе сближения

Метод расчета траектории при сближении ракеты с целью в наклонной плоскости будет рассмотрен ниже.

Для установления возможностей рассматриваемого способа наведения проведем кинематическое исследование условий встречи при постоянных скоростях цели и ракеты. Для случая $p>1$ прямолинейно движущаяся цель может быть перехвачена при любом относительном положении ракеты и цели в течение промежутка времени Δt , поскольку на углы α и β накладывается только одно ограничение идеального упреждения

(рис. 80, а). В случае $p < 1$ область положений ракеты, при которых возможен перехват цели, значительно сокращается. Для обеспечения перехвата должно по-прежнему сохраняться равенство $v_p \Delta t_2 = v_u \Delta t_1$, однако ракета перед перехватом должна находиться в пространстве, ограниченном конусом, угол которого (рис. 80, б) $\mu = \arcsin p$. Если в начальном положении ракета находится на поверхности конуса с углом μ , то единственным направлением, обеспечивающим перехват, будет направление движения, перпендикулярное образующей конуса. Если ракета находится внутри конуса, то возможны различные начальные углы упреждений от α_1 до α_2 , причем крайние траектории движения ракеты O_2A и O_2B будут прямолинейными. Траектории движения ракеты, лежащие между O_2A и O_2B , для обеспечения встречи должны быть криволинейными. При маневрировании цели область, в которой возможен перехват ее, еще уменьшается. Этот вопрос требует дополнительного изучения.

Посмотрим, как будут меняться нормальные ускорения ракеты при рассматриваемом способе сближения. Очевидно, что при прямолинейном равномерном движении цели $a_{np} = 0$ и представляют интерес только случаи маневрирования цели. Так как по основному условию наведения $\frac{d\gamma}{dt} = 0$, то

$$a_{nu} = v_u \cdot \frac{d\beta}{dt} \quad \text{и} \quad a_{np} = v_p \cdot \frac{da}{dt}. \quad (5.34)$$

Дифференцируя условие идеального упреждения и подставляя в него значение (5.34), получим связь между нормальными ускорениями ракеты и цели:

$$a_{np} = a_{nu} \cdot \frac{\cos \beta}{\cos \alpha}.$$

После простых преобразований получим

$$a_{np} = a_{nu} \cdot \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \beta}{p^2}}}.$$

Очевидно, что для случая $p > 1$ нормальные ускорения ракеты будут меньше, чем нормальные ускорения цели.

Для случая $p < 1$, если ракета перед сближением находится на границе области возможного перехвата — на образующей конуса с углом μ (рис. 80, б), то

$$\alpha = \frac{\pi}{2}, \cos \alpha = 0,$$

$$\frac{a_{n_p}}{a_{n_u}} = \infty.$$

Очевидно, что такой случай не может быть использован. Если обозначить практически приемлемое отношение ускорений через

$$k = \frac{a_{n_p}}{a_{n_u}},$$

то начальный угол β_0 должен быть равен

$$\beta_0 = \arcsin \sqrt{\frac{p^2(k^2 - 1)}{k^2 - p^2}}.$$

Очевидно, что $\beta_0 < \mu$, а это значит, что область рациональных положений ракеты перед сближением ее с целью меньше, чем область, определяемая при условии возможности перехвата.

Рассмотрим еще способ наведения на цель при переменном угле упреждения α , но определяемом какой-либо заранее заданной зависимостью. Широко известно использование линейной зависимости между угловой скоростью вращения вектора скорости центра массы ракеты и угловой скоростью вращения линии взирования, когда

$$\frac{d\Theta}{dt} = a \cdot \frac{d\gamma}{dt}.$$

Этот способ наведения на цель получил название пропорционального сближения.

Используя уравнение (5.22), получим

$$\frac{d\Theta}{dt} = a \cdot \frac{v_u \cdot \sin \beta - v_p \cdot \sin \alpha}{r}.$$

По рис. 77 $\Theta = \alpha + \gamma$, тогда

$$\frac{d\alpha}{dt} = (a - 1) \frac{v_u \cdot \sin \beta - v_p \cdot \sin \alpha}{r}.$$

Это уравнение в конечном виде не интегрируется и надо решать его численно совместно с уравнени-

нием (5.21). Исследовать возможные варианты встречи ракеты с целью можно только после вычисления семейства траекторий, отвечающих конкретному заданию. Для простого случая горизонтального прямолинейного движения цели при $a=2$ и $p=\text{const}$ нормальное ускорение ракеты остается конечным при условии

$$p \cdot \cos \Theta_0 \geq -1.$$

Наведение в упрежденную точку широко используется и при командных методах управления ракетами и при самонаведении. Выбор способа упреждения зависит от назначения ракеты и устанавливается при проектировании всего комплекса в целом.

Наведение по погонной кривой

Рассмотрим, как и раньше, движение в вертикальной плоскости, проходящей через начало идеальной траектории наведения.

Согласно принципу построения погонной кривой в каждый момент времени вектор скорости центра массы ракеты должен быть направлен на цель, т. е. осуществляется наведение с нулевым углом упреждения. При известных характеристиках траектории движения цели графическое построение траектории ракеты также очень просто (рис. 81). Нанеся на траекторию цели положения ее — 1, 2, 3..., соответствующие промежуткам времени Δt , и откладывая в направлении на цель последовательно векторы $v_p \cdot \Delta t$, где v_p — осредненная скорость ракеты для данного промежутка времени, получим траекторию движения ракеты. Среднюю скорость v_p можно определять как полусумму скоростей в начале и конце рассматриваемого участка. При большом масштабе построения и малых промежутках времени Δt , т. е. при большом числе точек, кривая может быть построена с точностью, достаточной для решения некоторых практических задач.

Теперь составим систему уравнений, приближенно описывающих рассмотренный случай движения идеально управляемой ракеты. Подобно предыдущему используем ранее написанное уравнение движения. В этом

уравнении для способа наведения по погонной кривой угол Θ определится из кинематической зависимости:

$$\operatorname{tg} \Theta = \frac{y_u - y}{x_u - x}.$$

Дифференцируя это уравнение, получим

$$\frac{d\Theta}{dt} = \frac{\cos^2 \Theta}{(x_u - x)^2} [(x_u - x)(w_u - w) - (y_u - y)(u_u - u)],$$

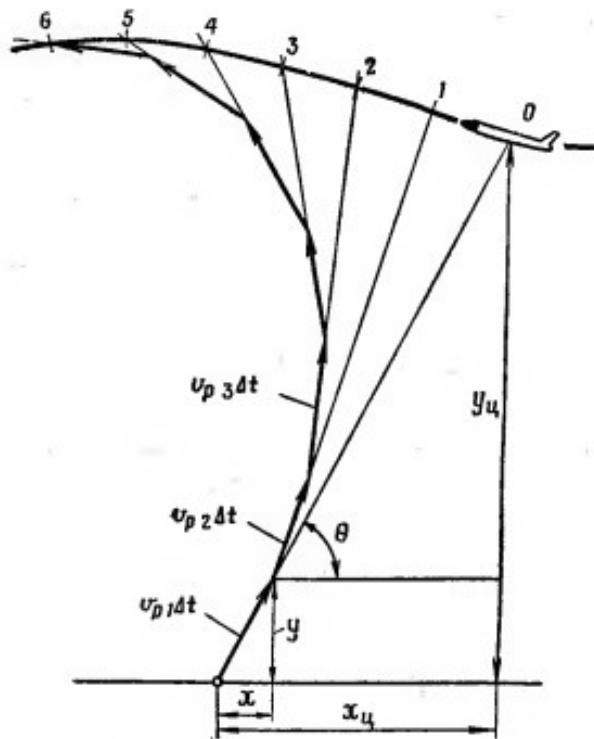


Рис. 81. Схема перехвата цели в вертикальной плоскости по погонной кривой

где $w_u = \frac{dy_u}{dt}$ — вертикальная составляющая скорости цели;

$u_u = \frac{dx_u}{dt}$ — горизонтальная составляющая скорости цели;

$w = \frac{dy}{dt}$ и $u = \frac{dx}{dt}$ — соответственно вертикальная и горизонтальная составляющие скорости ракеты.

Используя обычные кинематические зависимости

$$u = v_p \cdot \cos \Theta \text{ и } w = v_p \cdot \sin \Theta,$$

получим систему из четырех уравнений:

$$\left. \begin{aligned} m \cdot \frac{dv_p}{dt} &= P - X - mg \cdot \sin \Theta; \\ \frac{d\Theta}{dt} &= \frac{\cos^2 \Theta}{(x_u - x)^2} [(x_u - x)(w_u - w) - \\ &\quad - (y_u - y)(u_u - u)]; \\ \frac{dx}{dt} &= u; \\ \frac{dy}{dt} &= w. \end{aligned} \right\} \quad (5.35)$$

Как обычно,

$$v_p = \sqrt{u^2 + w^2}.$$

Система может быть решена методами численного интегрирования. Система универсальна и пригодна для любых начальных углов бросания и скоростей. Отсчет углов Θ следует вести, как обычно, против часовой стрелки. С помощью предложенной методики может быть исследовано и движение ракеты в наклонной плоскости, проходящей через ось OX . Учитывая, что изучение пространственного движения ракеты в координатах X, Y, Z требует сложной системы уравнений, будем считать, что маневр цели и ракеты осуществляется в одной плоскости. Тогда основное уравнение движения в плоскости B (рис. 82) будет иметь вид

$$m \cdot \frac{dv_p}{dt} = P - X - mg \cdot \sin \varphi,$$

где φ — угол между вектором скорости в данной точке и горизонтальной плоскостью.

Определим $\sin \varphi$ через изменяющийся в процессе движения угол Θ , лежащий в плоскости перехвата, и заданный угол χ , определяющий наклон самой плоскости перехвата к горизонту.

Из взаимно связанных треугольников abc , abi и bci получим

$$\sin \varphi = \sin \Theta \cdot \sin \chi.$$

Естественно, что при $\chi=90^\circ$ $\sin \varphi=\sin \Theta$ и при $\chi=0$ $\sin \varphi=0$. Остальные три кинематических уравнения системы (5.35) останутся без изменения. Таким образом, для расчета траекторий управляемого полета ракеты

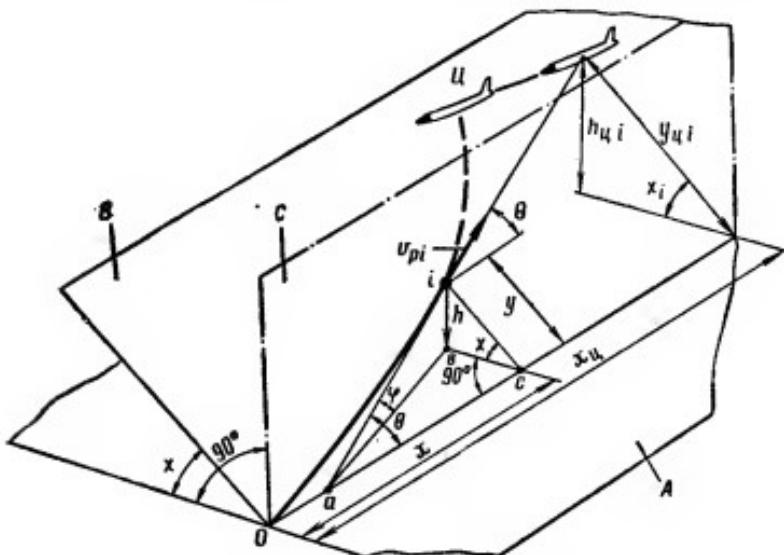


Рис. 82. Схема перехвата цели в наклонной плоскости по погонной кривой

в плоскости, определяемой углом χ , получим систему уравнений, отличающуюся от системы (5.35) тем, что в первом уравнении $\sin \Theta$ будет заменен на $\sin \varphi$.

Численное решение такой системы не вызывает затруднений, поскольку φ зависит от Θ и постоянной χ . При вычислении P и X следует иметь в виду, что они зависят не от y , как в системе (5.35), а от действительной высоты $h=y \cdot \sin \chi$. Эта система также может быть использована для приближенного вычисления пространственной, идеальной траектории наведения ракеты при любом маневре цели. Для такого расчета надо дополнительно предположить, что на каждом шагу интегри-

рования сохраняется мгновенная плоскость маневра цели. Положение плоскости определяется углом χ_i , постоянным для данного шага интегрирования.

Угол χ_i определяется через отношение

$$\sin \chi_i = \frac{h_{ui}}{y_{ui}}, \quad (5.36)$$

где h_{ui} и y_{ui} — координаты цели, определяемые для данного шага интегрирования (рис. 82).

В качестве примера приведем результаты решения системы (5.35) для начальных условий задачи, взятых из книги [34].

Начальные условия*. Скорость цели, летящей горизонтально навстречу ракете, $v_u = 200 \text{ м/сек}$. Скорость ракеты в начале работы системы наведения $v_p = -800 \text{ м/сек}$ и, следовательно, $p=4$. Цель летит на высоте 9150 м. Начальная наклонная дальность 36900 м. Начальный угол линии визирования

$$\gamma_0 = \arcsin \frac{9150}{36900} = 14^\circ 20'$$

Результаты решения этого примера приведены в табл. 3.

Рассмотрим кинематику движения ракеты на последнем участке пути перед встречей ее с целью, принимая $p=\text{const}$. Изменение расстояния между целью и ракетой и скорость поворота линии визирования для пологой кривой получим, исходя из формул (5.21) и (5.22), приняв в них $\alpha=0$:

$$\begin{aligned} \frac{dr}{dt} &= v_u (\cos \beta - p); \\ \frac{d\gamma}{dt} &= \frac{v_u \cdot \sin \beta}{r}. \end{aligned} \quad (5.37)$$

Нормальные ускорения цели и ракеты определяются из формул (5.23) и (5.24):

$$a_{n u} = v_u \left(\frac{d\beta}{dt} + \frac{v_u \cdot \sin \beta}{r} \right); \quad (5.38)$$

$$a_{n p} = \frac{v_p \cdot v_u \cdot \sin \beta}{r}. \quad (5.39)$$

* Условия задачи переведены в метрическую систему единиц.

Таблица 3

t сек	x_n	x_p	y_p	v_p м/сек	Θ°	$\frac{m}{m_0}$	Примечание	
							град	—
0	35752	0	0	800	14°20'	1,000		
2	35352	1560	400,6	810,4	14°29'	0,983		
4	34952	3140	811	821,4	14°40'	0,966		
6	34552	4740	1232	833,0	14°50'	0,949		
8	34152	6361	1665	845,3	15°02'	0,932		
10	33752	8005	2110	858,2	15°15'	0,915		
12	33352	9673	2569	871,7	15°30'	0,898		
14	32952	11365	3042	885,9	15°45'	0,881		
16	32552	13083	3532	900,9	16°03'	0,864		
18	32152	14828	4040	916,6	16°24'	0,847		
20	31752	16600	4568	933,1	16°47'	0,830		
22	31352	18401	5119	950,4	17°15'	0,813		
24	30952	20231	5697	968,5	17°49'	0,796		
26	30552	22089	6307	987,5	18°32'	0,779		
28	30152	23975	6956	1007,4	19°32'	0,762		
30	29752	25885	7659	1028,1	21°06'	0,742		
32	29352	27807	8446	1049,5	25°06'	0,728		
33, 38	29076	29082	9150	1064,6	32°12'	0,722		
					Точка встречи			

При прямолинейном движении цели $a_{n\perp}=0$ и

$$\frac{d\beta}{dt} = - \frac{v_u \cdot \sin \beta}{r}. \quad (5.40)$$

Разделив значение (5.37) на значение (5.40), получим важную формулу:

$$\frac{dr}{d\beta} = - r \frac{\cos \beta - p}{\sin \beta}. \quad (5.41)$$

Исследуем условия встречи ракеты с целью при наведении по погонной кривой. Из формулы (5.37) видно, что для обеспечения встречи ракеты с целью необходимо соблюдать неравенство $p > \cos \beta$, при этом $\frac{dr}{dt} < 0$ и величина r будет уменьшаться.

Так как наибольшее возможное значение $\cos \beta = 1$, то для обеспечения встречи при любых начальных положениях цели и ракеты необходимо иметь $p > 1$, т. е. скорость ракеты должна превышать скорость цели. Это условие наглядно иллюстрируется частным случаем атаки в хвост цели, когда

$$\cos \beta = 1 \text{ и } \frac{dr}{dt} = v_u (1 - p).$$

Если $p < 1$, то ракета не догонит цель.

В частном случае лобового сближения p может быть любым. Однако этот случай не следует учитывать при выборе скорости ракеты v_p , так как даже небольшое отклонение цели от прямолинейного полета может привести к промаху.

Определим пределы возможных нормальных ускорений ракеты при сближении ее с целью по погонной кривой. В формулу (5.39) подставим зависимость r от β , полученную после разделения переменных и интегрирования уравнения (5.41):

$$\int_{r_0}^r \frac{dr}{r} = - \int_{\beta_0}^{\beta} \frac{(\cos \beta - p) d\beta}{\sin \beta}.$$

После подстановки будем иметь

$$a_{n\perp} = \frac{v_p^2 \cdot \sin \beta_0}{r_0 p} \left(\frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\sin \frac{\beta_0}{2}} \right)^{2-p} \cdot \left(\frac{\cos \frac{\beta}{2}}{\cos \frac{\beta_0}{2}} \right)^{2+p}. \quad (5.42)$$

встреча с удаляющейся целью надежно обеспечена при $\beta=0$. Во всех случаях, кроме встречной атаки, при сближении ракеты с целью β стремится к нулю. Тогда из выражения (5.42) предельные ускорения будут при $2 > p > 1 \lim_{\beta \rightarrow 0} a_{n,p} = 0$, $p > 2 \lim_{\beta \rightarrow 0} a_{n,p} = \infty$. При встречной атаке $\cos \frac{\beta_0}{2} < 0$, а β стремится к π и ускорения изменят знак, оставаясь при $p > 2$ бесконечно большими. Так как реальная ракета не может двигаться с бесконечно большим нормальным ускорением, то при сближении с целью она пойдет не по расчетной траектории и может пролететь мимо цели. Таким образом, для обеспечения полной надежности встречи при идеальном наведении по погонной кривой следует иметь условие: $2 > p > 1$.

Если правилами стрельбы исключить возможность резких маневров ракеты, то и при $p > 2$ можно поразить цель с приемлемыми значениями перегрузок.

Наведение по погонной кривой осуществляется обычно при самонаведении ракет, предназначенных для поражения сравнительно тихоходных морских и наземных целей. Наведение по высокоскоростным целям требует особых условий стрельбы.

Наведение по способу совмещения

При наведении по способу совмещения система управления удерживает ракету на прямой, соединяющей точку наводки с целью. Вследствие этого иногда говорят, что ракета наводится по способу накрытия цели, а траектория наведения называется трехточечной кривой. Графическое построение трехточечной кривой видно из рис. 83. На траектории цели отмечаются ее положения — $0, 1, 2, 3, \dots$, соответствующие малым промежуткам времени Δt . При подвижной точке наводки, например при наведении с корабля или самолета, на траекторию движения точки наводки также наносятся отметки $0', 1', 2', 3', \dots$, соответствующие выбранным промежуткам времени Δt . Отметки на траекториях движения цели и точки наводки, соответствующие одинаковым моментам времени, соединяются прямыми. При неподвижной точке наводки будем иметь сходящийся в ней пучок прямых (рис. 83). На одной из

прямых наносится точка, соответствующая началу траектории наведения. На нахождение этой точки следует обратить особое внимание, если место старта ракеты находится на значительном удалении от точки наводки и их нельзя принять совмещенными. Из начала

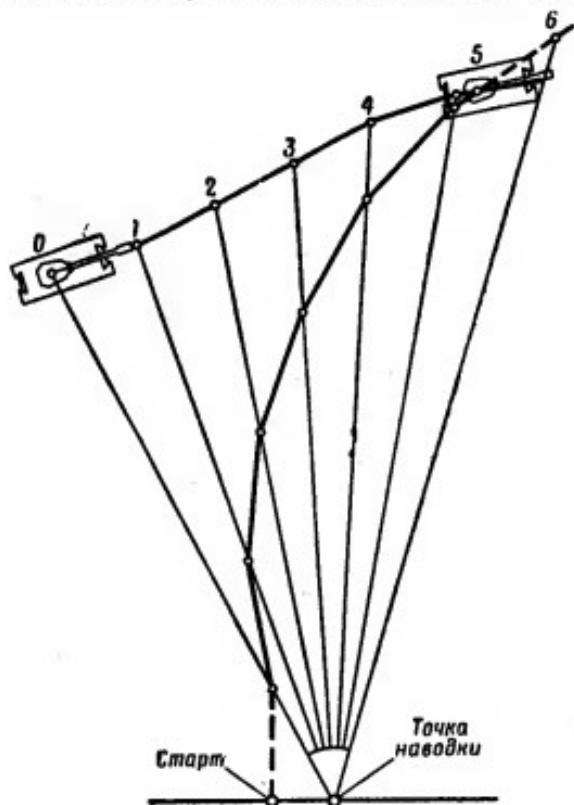


Рис. 83. Приближенное построение траектории ракеты, наводимой по способу совмещения

траектории наведения последовательно на каждой из прямых наносится положение ракеты циркулем, раствор которого принимается равным $v_{pi} \cdot \Delta t$. Построение продолжается до пересечения траектории цели и ракеты. Средняя скорость ракеты на участке может быть определена, как

$$\bar{v}_{pi} = \frac{v_{pi} + v_{pi+1}}{2},$$

где v_{p_i} и $v_{p_{i+1}}$ — скорость ракеты в начале и конце рассматриваемого участка.

После нанесения точек положений ракеты через них проводится плавная кривая.

В каждый момент времени вектор скорости ракеты направлен в сторону ожидаемой точки встречи ракеты с целью под некоторым углом к радиусу-вектору, проходящему через точку наводки, центр массы ракеты и цель. Получается наведение с некоторым углом упреждения, причем линия визирования составит часть радиуса вектора, врачающегося при движении цели и ракеты вокруг точки наводки. Определим величину угла упреждения α . Допустим, за бесконечно малый промежуток времени dt цель переместится из положения a в положение b (рис. 84). При этом радиус-вектор повернется на угол $d\gamma$, а ракета переместится из положения a' в положение b' . Исходя из рис. 84, с высокой степенью точности можно написать, что

$$\sin \beta = \frac{\overline{bc}}{v_n dt} \text{ и } \sin \alpha = \frac{\overline{b'c'}}{v_p dt},$$

а отношение

$$\frac{\overline{bc}}{\overline{bc}} = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x_n^2 + y_n^2}} = \frac{r_p + dr_p}{r_n - dr_n} \cong \frac{r_p}{r_n}.$$

Отсюда

$$\sin \alpha = \frac{1}{p} \cdot \frac{r_p}{r_n} \sin \beta. \quad (5.43)$$

Полученная формула хорошо иллюстрирует связь способа наведения по трем точкам с ранее рассмотренными способами. В начале наведения, когда $r_p \approx 0$, угол $\alpha = 0$ и траектория движения ракеты близка к пологой кривой, в конце наведения при $r_p \approx r_n$ $\sin \alpha = \frac{1}{p} \sin \beta$ и траектория близка к траектории наведения, построенной исходя из условия идеального упреждения (5.27). В целом способ наведения по трем точкам можно рассматривать как способ наведения с последо-

вательным упреждением, в котором угол упреждения определяется формулой (5.43), а угол τ является функцией координат цели относительно точки наводки:

$$\operatorname{tg} \tau = \frac{y_u}{x_u}.$$

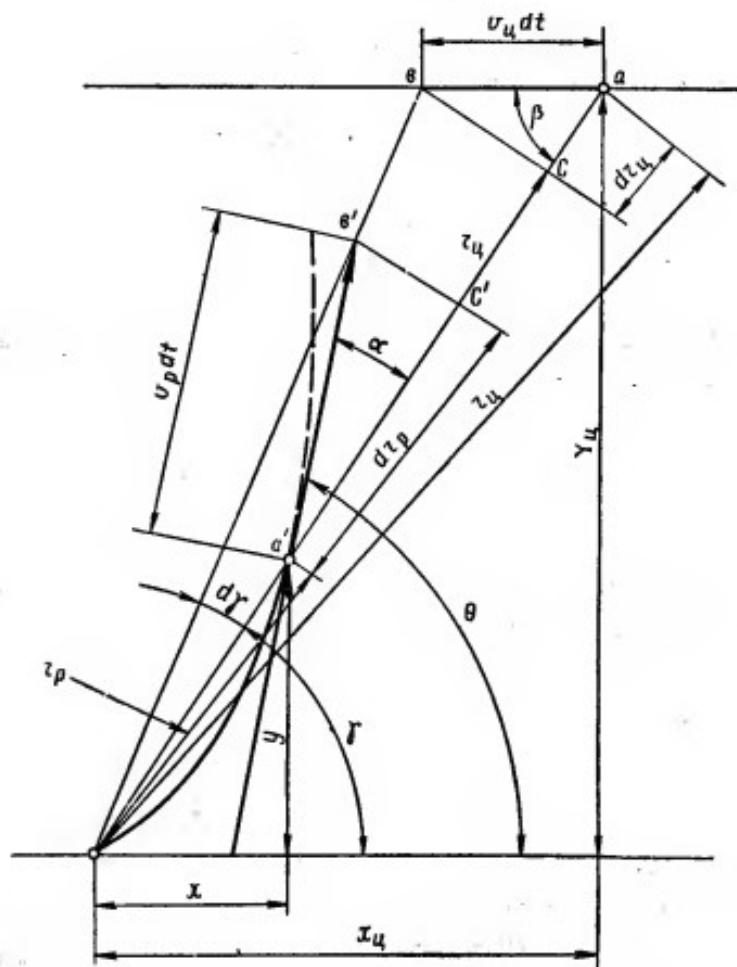


Рис. 84. Схема построения углов у кривой совмещения

Приведем формулу, определяющую угловую скорость вращения вектора скорости ракеты $\frac{d\Theta}{dt}$, необходимую

мую для составления системы уравнений, описывающих движение ракеты:

$$\frac{d\Theta}{dt} = \frac{d\Theta}{d\gamma} \cdot \frac{d\gamma}{dt}.$$

Для прямолинейного горизонтального движения цели производная $\frac{d\gamma}{dt}$ легко определяется из рис. 89, имея в виду, что $\beta = \gamma$:

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{v_u}{r_u} \cdot \sin \gamma. \quad (5.44)$$

Для определения $\frac{d\Theta}{d\gamma}$ представим, что

$$\operatorname{tg} \Theta = \frac{dy}{dx} = \frac{d(r_p \cdot \sin \gamma)}{d(r_p \cdot \cos \gamma)}.$$

Дифференцируя и деля числитель и знаменатель правой части на $d\gamma$, получим

$$\operatorname{tg} \Theta = \frac{\sin \gamma \cdot \frac{dr_p}{d\gamma} + r_p \cdot \cos \gamma}{\cos \gamma \cdot \frac{dr_p}{d\gamma} - r_p \cdot \sin \gamma}. \quad (5.45)$$

Производную $\frac{dr}{d\gamma}$ найдем также исходя из рис. 84.

Приравнивая $r_p + dr_p$ к r_p , получим

$$(r_p d\gamma)^2 + (dr_p)^2 = (v_p dt)^2.$$

Деля на $(d\gamma)^2$ и используя выражение (5.44), получим

$$\frac{dr_p}{d\gamma} = \sqrt{\left(r_u \cdot \frac{p}{\sin \gamma}\right)^2 - r_p^2}.$$

После дифференцирования формулы (5.45) и преобразований будем иметь

$$\frac{d\Theta}{dt} = \frac{2v_u \cdot \sin \gamma}{r_u} \left(1 + \frac{r_p \cdot \operatorname{ctg} \gamma}{\sqrt{\left(r_u \cdot \frac{p}{\sin \gamma}\right)^2 - r_p^2}} \right). \quad (5.46)$$

Используя основное уравнение динамики и обычные кинематические уравнения, получим систему уравнений, описывающих идеальную траекторию наведения ракеты

по трехточечной кривой. Решение этой системы, как и предыдущих, следует проводить численным методом.

Нормальное ускорение ракеты определится, как обычно, по формуле

$$a_{np} = v_p \cdot \frac{d\Theta}{dt},$$

или

$$a_{np} = \frac{2pv_u^2 \cdot \sin \gamma}{r_u} \left[1 + \frac{r_p \cdot \operatorname{ctg} \gamma}{\sqrt{\left(r_u \cdot \frac{p}{\sin \gamma} \right)^2 - r_p^2}} \right]. \quad (5.47)$$

Из этой формулы можно сделать несколько общих выводов. При сближении ракеты с целью r_p стремится к r_u и при встрече $r_p = r_u$, поэтому

$$\left(r_u \cdot \frac{p}{\sin \gamma} \right)^2 - r_p^2 = r_u^2 \left(\frac{p^2}{\sin^2 \gamma} - 1 \right).$$

В случае $p < 1$ при некотором γ возможно бесконечно большое нормальное ускорение ракеты. Таким образом, при проектировании ракеты необходимо чтобы $p > 1$. В то же время a_{np} прямо пропорционально квадрату скорости цели, растет с увеличением p и при больших значениях v_u и p может оказаться недопустимым. Кроме того, нормальное ускорение ракеты обратно пропорционально расстоянию до цели r_u и при малых дальностях стрельбы может также оказаться чрезмерно большим. Перечисленное приводит к тому, что способ наведения по трехточечной кривой применяется для ракет, предназначенных для борьбы со сравнительно тихоходными целями, например противотанковых ракет (снарядов), управляемых с неподвижных и подвижных командных пунктов (корабля, самолета, танка) и предназначенных для поражения тихоходных или неподвижных целей.

Наведение по трехточечной кривой осуществляется обычно при командных методах управления по лучу или по проводам.

Стремление использовать лучшие свойства и командных методов управления и самонаведения привело к появлению комбинированных методов. Траектория движения ракеты при комбинированном методе управ-

ления состоит из отдельных отрезков, соответствующих принятому способу наведения на каждом из них. Например, командное наведение в упрежденную точку может сочетаться с самонаведением при параллельном сближении. Для повышения точности наведения желательно возможно плавное сопряжение траекторий, отдельных участков не только по углу Θ , но и по угловой скорости $\frac{d\Theta}{dt}$.

Выбор того или иного метода управления и способа наведения на цель устанавливается в каждом конкретном случае при проектировании ракеты, исходя из ее назначения, после тщательных научных, инженерных и экономических исследований. При этом стремятся, чтобы система управления была проще, а вес ее и самой ракеты — меньше.

§ 4. НЕУПРАВЛЯЕМЫЙ ПОЛЕТ

Ракеты с небольшой дальностью (ракеты (снаряды) полевой артиллерии), как правило, неуправляемые; неуправляемыми бывают также некоторые типы противотанковых ракет, зенитных и др. Полет таких ракет неуправляемый на всей траектории; управляемым становится полет также управляемых ракет при выключенном управлении.

Стабилизация неуправляемых ракет (реактивных снарядов) осуществляется оперением или вращением. При устойчивом полете хорошо стабилизованных ракет углы атаки оказываются небольшими, а влияние подъемной силы и опрокидывающего момента незначительным. Поэтому можно рассматривать отдельно поступательное движение центра массы ракеты и ее движение относительно центра массы. Рассмотрим поступательное движение центра массы. Для этого познакомимся с неуправляемым полетом ракет, предназначенных для стрельбы на сравнительно небольшие дальности. При этом во многих случаях можно не учитывать вращение Земли и ее кривизну, а силу тяжести предполагать постоянной по величине и направлению.

Систему уравнений, описывающую неуправляемый

полет центра массы, можно рассматривать как частный случай системы, описывающей управляемый полет. Поэтому в системе уравнений (5.12) опустим члены, учитывающие влияние управления. У большинства неуправляемых ракет вектор силы тяги совпадает с осью ракеты и $\xi=0$. Если учесть, что для малых углов атаки $\cos \alpha \approx 1$, $a \sin \alpha \approx 0$ и $Y \approx 0$, и добавить обычные кинематические соотношения, то получим систему уравнений, описывающую движение центра массы неуправляемых ракет:

$$\left. \begin{array}{l} m\dot{v} = P - X - q \cdot \sin \Theta; \\ m v \dot{\theta} = -q \cdot \cos \Theta; \\ \dot{x} = v \cdot \cos \Theta; \\ \dot{y} = v \cdot \sin \Theta. \end{array} \right\} \quad (5.48)$$

Напомним, что первые два уравнения написаны в нормальной системе координат, т. е. в проекциях на касательную и нормаль к траектории.

Часто пользуются системой уравнений движения неуправляемой ракеты при независимой переменной

$$\lambda = \frac{\int_0^t G_{\text{сек}} dt}{q_0},$$

представляющей собой отношение веса сгоревшего топлива к начальному весу ракеты.

В первом уравнении системы (5.48) на основании формул (1.13) и (3.66) заменим P и X . Кроме того, из определения λ легко получить

$$dt = \frac{q_0}{G_{\text{сек}}} \cdot d\lambda.$$

После несложных преобразований получим:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{dv}{d\lambda} = \frac{w_e}{1-\lambda} - \left[\frac{C_0 H(y) F(v)}{1-\lambda} + g \cdot \sin \Theta \right] \frac{q_0}{G_{\text{сек}}}; \\ \frac{d\Theta}{d\lambda} = -\frac{q_0}{G_{\text{сек}}} \cdot \frac{g \cdot \cos \Theta}{v}; \\ \frac{dx}{d\lambda} = \frac{q_0}{G_{\text{сек}}} \cdot v \cdot \cos \Theta; \\ \frac{dy}{dt} = \frac{q_0}{G_{\text{сек}}} \cdot v \cdot \sin \Theta. \end{array} \right\} \quad (5.49)$$

Система, описывающая неуправляемый полет на пассивном участке траектории после выключения двигателя, легко получается из уравнений (5.48) при условии $P=0$:

$$m\dot{v} = -X - q \cdot \sin \Theta;$$

$$mv\dot{\Theta} = -q \cdot \cos \Theta;$$

$$\dot{x} = v \cdot \cos \Theta;$$

$$\dot{y} = v \cdot \sin \Theta.$$

Очевидно, что в последней системе масса летящей ракеты постоянна, так как двигатель прекратил работу. Эта же система применяется для расчета траекторий снарядов ствольной артиллерии. Если лобовое сопротивление задается через типовую функцию $g(v)$, то в декартовой системе координат уравнения полета на пассивном участке траектории будут иметь вид

$$\dot{u} = -CH(y)G(v)u;$$

$$\dot{w} = -CH(y)G(v)w - g;$$

$$\dot{x} = u;$$

$$\dot{y} = w.$$

Напомним, что u и w — горизонтальная и вертикальная проекции скорости v . Так как на пассивном участке траектории расхода массы нет, то баллистический коэффициент $C=\text{const}$. В написанной системе не учтено изменение скорости звука с высотой.

Система уравнений, описывающая неуправляемый полет центра массы баллистической ракеты (или ее головной части) на пассивном участке траектории с учетом влияния силы сопротивления воздуха, легко получается из системы (5.16), если в ней тяга $P=0$:

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{dt} &= -\frac{X \cdot \cos \Theta + Y \cdot \sin \Theta}{m} - g_t \cdot \sin \gamma; \\ \frac{dw}{dt} &= -\frac{X \cdot \sin \Theta - Y \cdot \cos \Theta}{m} - g_t \cdot \cos \gamma; \\ \frac{dx}{dt} &= u; \quad \frac{dy}{dt} = w; \quad \tan \Theta = \frac{w}{u}; \quad \tan \gamma = \frac{x}{R+y}. \end{aligned} \right\} \quad (5.50)$$

В отличие от более простой системы (5.11), написанной в полярных координатах без учета силы сопротивления воздуха, система (5.50) в конечном виде не решается. Ее надо решать численными методами.

Для приближенного расчета небольших траекторий неуправляемого полета, проходящих в безвоздушном пространстве, в том случае когда можно не считаться с вращением Земли и ее кривизной, используются уравнения, не учитывающие силу сопротивления воздуха. Для малых скоростей движения в воздухе, примерно до 50 м/сек, можно также не учитывать силу сопротивления воздуха и считать, что тело летит как бы в безвоздушном пространстве. В этих случаях единственной действующей силой будет сила веса. Система уравнений очевидна и известна из курса физики:

$$\dot{x} = v_0 \cdot \cos \Theta_0; \quad \dot{y} = v_0 \cdot \sin \Theta_0 - gt, \quad (5.51)$$

где v_0 и Θ_0 — начальная скорость и угол бросания.

§ 5. АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ПОЛЕТА

Решение уравнений полета необходимо как при проектировании, так и при использовании ракетных комплексов. Чтобы ракета попала в цель или вывела на заданную орбиту спутник Земли, необходимо правильно рассчитать траекторию ее движения.

При наведении ракеты на подвижную цель характеристики движения цели и ракеты определяются следящими за ними приборами. Уравнения полета цели и ракеты решаются в процессе наведения, и на систему управления ракетой подаются соответствующие сигналы, меняющие направление движения ракеты. Быстрое решение сложных систем дифференциальных уравнений полета возможно только на электронных вычислительных машинах. Аналитически, без применения вычислительных машин, можно решить сравнительно немного относительно простых задач. Наряду с этим, аналитические методы позволяют несложно провести предварительные исследования, связанные с определением характеристик движения ракеты.

Наиболее просто решение в случае прямолинейного движения ракеты, если не учитывать силу сопротивле-

ния воздуха и силу тяжести. В этом случае уравнение движения будет иметь вид

$$m\dot{v} = P. \quad (5.52)$$

Подставляя значения P и m из формул (1.15) и (1.22), получим

$$dv = w_e \frac{\frac{G_{\text{сек}} dt}{q_0 - \int_0^t G_{\text{сек}} dt}}.$$

Вводя новую переменную $z = q_0 - \int_0^t G_{\text{сек}} dt$, интегрируя и проводя замену, получим скорость ракеты в момент времени t :

$$v = w_e \ln \frac{q_0}{q_0 - \int_0^t G_{\text{сек}} dt}. \quad (5.53)$$

Обозначая полный расход топлива к концу работы двигателя t_k через $\omega = \int_0^{t_k} G_{\text{сек}} dt$, получим формулу, определяющую идеальную, наибольшую скорость, которую может иметь ракета без учета силы тяготения и силы сопротивления воздуха, т. е.

$$v_{\max} = w_e \ln \frac{q_0}{q_0 - \omega}, \quad (5.54)$$

где $\ln \frac{q_0}{q_0 - \omega}$ — натуральный логарифм дроби, числитель которой — начальный вес ракеты, а знаменатель — вес ракеты после расхода топлива.

Приведенная формула впервые была выведена К. Э. Циолковским и названа его именем. Хотя формула получена для идеальных условий, однако, как мы увидим в дальнейшем, она с успехом может быть применена для теоретических исследований в области ракетной техники.

Получим формулы, определяющие неуправляемый полет тела постоянной массы без учета сопротивления воздуха, но с учетом силы веса. Дифференциальные уравнения (5.51) элементарно интегрируются при на-

чальных условиях: $t=0$, $\dot{x}_0=v_0 \cdot \cos \Theta_0$ и $\dot{y}_0=v_0 \cdot \sin \Theta_0$. После интегрирования получаются зависимости x и y от времени t :

$$x = v_0 t \cdot \cos \Theta_0;$$

$$y = v_0 t \cdot \sin \Theta_0 - \frac{gt^2}{2}.$$

Исключая t , получим уравнение траектории в виде хорошо известного уравнения параболы:

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \Theta_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \Theta_0}. \quad (5.55)$$

Скорость в любой момент времени может быть подсчитана по формуле

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gy}.$$

Высота траектории равна

$$Y = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \Theta_0}{2g}. \quad (5.56)$$

Наибольшая дальность в горизонтальном направлении

$$X = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2 \Theta_0}{g}. \quad (5.57)$$

Время полета до точки падения

$$T = \frac{2v_0 \cdot \sin \Theta_0}{g}. \quad (5.58)$$

Исследуем дифференциальные уравнения (5.11), определяющие движение тела постоянной массы в центральном гравитационном поле Земли без учета тяги, сопротивления воздуха и вращения Земли. Считаем началом траектории точку K и заменим соответственно ψ на φ (рис. 72). Тогда в результате несложного решения системы (5.11) можно получить формулу траектории движения центра массы ракеты:

$$r = \frac{P}{1 - e \cdot \cos(\psi - \varphi)}. \quad (5.59)$$

Полученная зависимость является уравнением конического сечения в полярных координатах.

В аналитической геометрии коническими сечениями называются линии пересечения боковой поверхности кругового конуса различными плоскостями. Величину p называют параметром кривой, а e — эксцентриситетом кривой.

Для рассматриваемого случая

$$p = \frac{v_0^2 \cdot \cos^2 \Theta_0}{g_{t0}} \cdot \frac{r_0^2}{R^2}, \quad (5.60)$$

где $r_0 = R + h_0$ определяет условную границу атмосферы, начиная с которой можно не считаться с сопротивлением воздуха (рис. 72).

$$e = \sqrt{1 + \frac{r_0^2 v_0^2 \cdot \cos^2 \Theta_0}{g_{t0}^2 R^4} \left(v_0^2 - 2g_{t0} \cdot \frac{R^2}{r_0} \right)}. \quad (5.61)$$

Часто также не считаются с влиянием атмосферы на форму начального и концевого приземных участков траектории и предполагают, что кривая, описываемая уравнением (5.59), начинается непосредственно от поверхности Земли. В этом случае в формулах (5.60) и (5.61) надо взять $r_0 = R$, тогда формула для эксцентриситета кривой будет иметь вид

$$e = \sqrt{1 + \frac{v_0^2 \cdot \cos^2 \Theta_0 (v_0^2 - 2g_{t0}R)}{g_{t0}^2 R^2}}. \quad (5.62)$$

В зависимости от начальных условий полета (v_0 и Θ_0) траектория движения центра массы ракеты, определяемая по формуле (5.59), может быть кругом, эллипсом, параболой и гиперболой.

Если в формуле (5.59) принять $e=0$, то $r=p=\text{const}$ и траектория движения центра массы ракеты будет окружностью. Для получения $e=0$ надо, чтобы второе слагаемое в подкоренном выражении (5.62) было равно единице. Это требование можно выполнить, если осуществить запуск по круговой орбите, т. е. принять $\Theta_0=0$. Тогда нетрудно показать из формулы (5.62), что должно быть равенство

$$v_0^2 = g_{t0}R.$$

Скорость, определяемую из этого соотношения, называют первой космической скоростью:

$$v_{0I} = \sqrt{g_{t0} R}.$$

Для условного запуска с поверхности Земли при $R=6371$ км $v_{0I} \approx 7900$ м/сек.

Так как в действительности точка начала траектории должна быть на значительном удалении от поверхности Земли, то, заменяя R на r и используя формулу (2.16), получим

$$v_{0I}^* = \sqrt{g_{t0} \cdot \frac{R^2}{r_0}} < 7900 \text{ м/сек.}$$

При $e=1$ траектория полета центра массы будет параболой. Если точка запуска находится на поверхности Земли, то для обеспечения $e=1$ необходимо по формуле (5.62) иметь $v_0^2 = 2g_{t0}R$. Скорость, определяемая из последнего соотношения, называется второй космической скоростью:

$$v_{0II} = \sqrt{2g_{t0}R} \approx 11200 \text{ м/сек.}$$

Если начало траектории, рассчитываемой по формуле (5.59), находится на удалении от поверхности Земли, то из формулы (5.61) находим

$$v_{0II}^* = \sqrt{2g_{t0} \cdot \frac{R^2}{r_0}} < 11200 \text{ м/сек.}$$

При запуске с $\Theta_0 \geq 0$ и $v_0^* \geq v_{0II}^*$ ракета (или ее головная часть) преодолеет силу притяжения Земли и улетит в межпланетное пространство. Если $v_0^* > v_{0II}^*$, то $e > 1$ и траектория полета будет гиперболой.

Скорости v_{0I}^* и v_{0II}^* — скорости в абсолютном движении. Для вычисления величины скорости относительно Земли надо, как было показано ранее, учесть скорость переосного движения, зависящую от вращения Земли.

При любом значении e в пределах $-1 < e < 1$ (кроме $e=0$ и $\Theta_0=0$) траектория обращается в эллипс. Если $0 < e < 1$ и $\Theta_0=0$, то траектория будет эллипсом, для которого условный центр Земли будет ближайшим к точке вылета фокусом (рис. 85).

Головная часть ракеты, запущенная таким образом, становится искусственным спутником Земли с эллиптической орбитой. Поэтому исследование движения материальной точки в центральном поле тяготения получило название эллиптической теории. Начало эллиптической теории было положено И. Кеплером в 1619 г. Из первого закона Кеплера следует, что планеты движутся по эллипсам, в фокусе которых находится Солнце. Часто движение, подчиняющееся уравнению (5.59), называют кеплеровым движением.

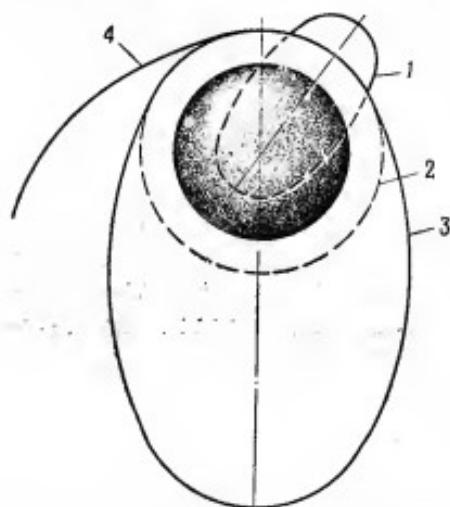


Рис. 85. Траектории летательных аппаратов, рассчитываемых по уравнениям конических сечений:

1 — траектории баллистической ракеты; 2 — круговая орбита спутника; 3 — эллиптическая орбита; 4 — параболическая траектория

Для баллистических ракет дальнего действия в большинстве случаев достаточно иметь $v_0 < 7900 \text{ м/сек}$, что соответствует $e < 0$. Подбирая соответствующие условия запуска, можно получить требуемую дальность (рис. 72). Другие характеристики эллиптической траектории нетрудно получить также из приведенных формул. Задаваясь значениями полярных углов $\phi_0, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$, по формуле (5.59) определяем соответствующие им значения $r_0, r_1, r_2, \dots, r_n$. Наибольшее значение r_{\max} и отвечающий ему угол ϕ определяются также из формулы (5.59): r_{\max} , если взять $\phi = \phi_0$, а ϕ , если подставить $\phi_0 = 0$ и $r = r_0$, тогда

$$r_{\max} = \frac{p}{1 - e}; \quad (5.63)$$

$$\psi = \arccos \frac{r_0 - p}{er_0}. \quad (5.64)$$

Дальность полета, измеренная по дуге круга с радиусом r_0 , равна $2\pi r_0$. Дальность по поверхности Земли

$$AB = 2\pi R.$$

Скорость движения по эллиптической орбите определяется по формуле (рис. 86)

$$v = \sqrt{v_r^2 + v_t^2}, \quad (5.65)$$

где v_r — скорость движения в радиальном направлении, равная r' ;

v_t — тангенциальная скорость в направлении, перпендикулярном вектору r , равная $r\dot{\varphi}$.

Подставляя r и $r\dot{\varphi}$ в формулу (5.65) и раскрывая их значения, можно получить зависимость

$$v = f(r_0, v_0, \Theta_0, r).$$

Несколько сложнее определяется время движения: Если второе уравнение системы (5.11) умножить на r , то его можно представить в виде

$$\frac{d}{dt} (r^2 \dot{\varphi}) = 0.$$

Интегрируя, получим

$$\varphi r^2 = C. \quad (5.66)$$

Произвольная постоянная интегрирования C определяется из начальных условий при

$$t = 0; r = r_0 \text{ и } \dot{\varphi}_0 = \frac{v_0 \cdot \cos \Theta_0}{r_0};$$

$$C = r_0 v_0 \cdot \cos \Theta_0.$$

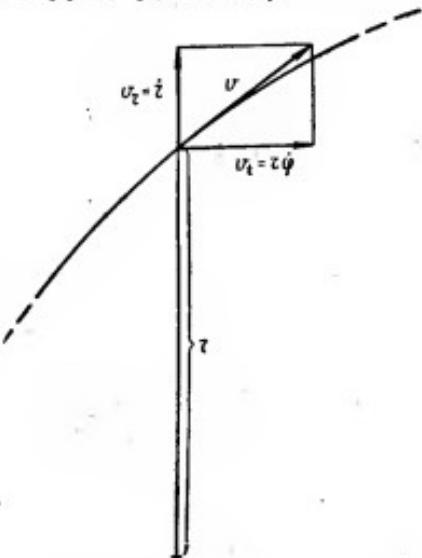


Рис. 86. Разложение вектора скорости на радиальную v_r и тангенциальную v_t составляющие

Подставляя значение r в формулу (5.66), преобразовывая и интегрируя ее, получим выражение для времени:

$$t = \frac{P^2}{r_0 v_0 \cdot \cos \Theta_0} \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{[1 - e \cdot \cos(\psi - \varphi)]^2}. \quad (5.67)$$

Интеграл берется в конечном виде, однако формула сложна.

Характеристики движения головной части ракеты, выведенной на орбиту и ставшей искусственным спутником Земли, также приближенно определяются по эллиптической теории. Например, перигей — точка минимального удаления эллиптической орбиты от условного центра Земли — равен

$$r_p = \frac{p}{1 + e}.$$

Апогей — точка наибольшего удаления от условного центра Земли:

$$r_a = \frac{p}{1 - e}.$$

Большая полуось эллипса орбиты

$$a = \frac{r_p + r_a}{2} = \frac{p}{1 - e^2}. \quad (5.68)$$

Малая полуось связана с большой через параметр эллипса p и равна $b = \sqrt{ap}$.

Проекция траектории движения искусственного спутника на Землю строится приближенно, исходя из предположения, что направление плоскости орбиты спутника неизменно относительно звезд. Зная скорость движения спутника по орбите и угловую скорость вращения Земли, несложно построить схему проекций положений спутника на земную поверхность. При точном вычислении характеристик движения ракет дальнего действия и спутников Земли и построении проекций их положений на поверхность Земли надо дополнительно учитывать ряд возмущающих факторов. Необходимо учитывать, что Земля — эллипсоид вращения, формула (2.16) должна быть уточнена и развернута в проекциях на оси координат. Следует учесть влияние корiolисовой силы,

возможное влияние Луны и др. Учет влияния Луны на орбиту спутника Земли потребует рассмотрения задачи, называемой в небесной механике задачей трех тел. В результате действия возмущающих факторов траектория движения ракеты дальнего действия или орбита спутника Земли будет несколько отклоняться от плоскости, неизменно направленной относительно звезд, а характеристики движения не будут соответствовать в точности полученным по приближенной эллиптической теории. Учет влияния всех возмущающих факторов очень сложен.

Решенные дифференциальные уравнения полета не содержали членов, учитывающих силу сопротивления воздуха. Как было показано в третьей главе, изменение аэродинамических коэффициентов в зависимости от скорости движения тела в воздухе не может быть точно описано функциями простого вида. Поэтому аналитически решаются только некоторые частные случаи уравнений полета в воздухе с введением дополнительных допущений.

Чаще всего используется система вида (5.49). Кроме допущений, принятых при получении самой системы (5.49), дополнительно считают, что секундный расход газов, выходящих через сопло, постоянен по времени и равен

$$G_{\text{сек}} = \frac{\omega}{\tau}, \quad (5.69)$$

где ω — вес топлива, израсходованного за время работы двигателя ракеты, а τ — время работы двигателя. Функцию изменения плотности воздуха с высотой заменяют постоянной величиной $H(y_{\text{ср}})$.

После соответствующих преобразований можно получить из первого уравнения (5.49)

$$\frac{dv}{d\lambda} = \frac{w_e}{1 - \lambda} - \frac{aF(v)}{1 - \lambda} - b \cdot \sin \Theta, \quad (5.70)$$

где

$$a = C_0 H(y_{\text{ср}}) \frac{q_0 \tau}{\omega};$$

$$b = \frac{q_0 g \tau}{\omega}.$$

Последнее уравнение можно проинтегрировать, если принять угол Θ за постоянную величину, тогда

$$v = w_e \ln \frac{1}{1-\lambda} - a \int_0^\lambda \frac{F(v)}{1-\lambda} \cdot d\lambda - b\lambda \cdot \sin \Theta. \quad (5.71)$$

Первое слагаемое правой части, представляющее собой видоизмененную формулу К. Э. Циолковского (5.54), определяет скорость ракеты без учета влияния силы сопротивления воздуха и веса. Второе слагаемое учитывает влияние силы сопротивления воздуха, а третье — влияние веса. Так же могут быть проинтегрированы остальные уравнения системы (5.49).

Второе слагаемое уравнения (5.71) содержит под интегралом опытную функцию $F(v)$, задаваемую таблицей; для вычисления третьего слагаемого надо выбрать постоянное значение $\sin \Theta$. Есть затруднения при решении и других уравнений системы (5.49), поэтому расчет ведется с применением специальных таблиц по отдельным участкам траектории в несколько приближений.

Одна из методик расчета изложена в работе [29].

Могут быть решены также аналитически уравнения неуправляемого полета ракеты на пассивном участке траектории. Методы, применяемые для решения таких уравнений, хорошо известны из внешней баллистики снарядов ствольных систем. Система (5.50) может быть легко преобразована так, что независимой переменной будет угол наклона вектора скорости к горизонту Θ :

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{d\Theta} &= \frac{C}{g} \cdot H(y) v F(v); \\ \frac{dt}{d\Theta} &= - \frac{u}{g \cdot \cos^2 \Theta}; \\ \frac{dx}{d\Theta} &= - \frac{u^2}{g \cdot \cos^2 \Theta}; \\ \frac{dy}{d\Theta} &= - \frac{u^2 \cdot \operatorname{tg} \Theta}{g \cdot \cos^2 \Theta}. \end{aligned} \right\} \quad (5.72)$$

Первое дифференциальное уравнение дает после решения зависимость (в полярных координатах) $v = f(\Theta)$, называемую уравнением годографа скорости. Уравнение в дифференциальной форме до решения также называют уравнением годографа. Это уравнение удобно тем, что связано с другими уравнениями системы (5.72)

только через функцию $H(y)$, слабо меняющуюся по высоте. Если принять $H(y)$ постоянной величиной, то в уравнении остаются две переменные — u и Θ , так как

$$F(v) = F\left(\frac{u}{\cos \Theta}\right).$$

Несмотря на это, уравнение все же не может быть проинтегрировано при произвольном виде функции $F(v)$. Необходимы дополнительные упрощения. Первое аналитическое решение было осуществлено Л. Эйлером при квадратичном законе для силы сопротивления воздуха.

Если принять $F(v) = Bu^2$ и обозначить $b = CBH(y_{cp})$, то в уравнении годографа переменные могут быть отделены и уравнение проинтегрировано

$$\int_{u_0}^u \frac{du}{u^3} = \frac{b}{g} \int_{\Theta_0}^{\Theta} \frac{d\Theta}{\cos^3 \Theta}. \quad (5.73)$$

Оба интеграла решаются просто.

Скорость определяется из выражения $v = \frac{u}{\cos \Theta}$. Подстановка в остальные уравнения системы (5.72) зависимости $u = f(\Theta)$, полученной после решения (5.73), хотя и позволяет разделить переменные, однако уравнения в конечном виде не решаются. Для определения x , y и t необходимо применять численный метод Л. Эйлера или специальные таблицы. При использовании описанного метода решения уравнений полета надо иметь в виду, что квадратичный закон сопротивления воздуха согласуется с опытными данными при сравнительно малых скоростях движения (меньше 250 м/сек).

Хорошо также известен аналитический метод решения уравнений полета за счет введения дополнительных допущений. В уравнение годографа вводится функция $F(U)$, где U — величина, имеющая размерность скорости, и называется псевдоскоростью. Значение U определяется из рис. 87:

$$U = \frac{v \cos \Theta}{\cos \Theta_0}.$$

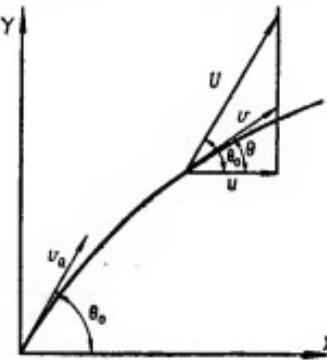


Рис. 87. Построение вектора псевдоскорости U

Вектор псевдоскорости параллелен вектору начальной скорости и имеет ту же горизонтальную проекцию U , что и действительная скорость v . Так как простая замена $F(v)$ на $F(U)$ дает значительные ошибки, то в уравнение гидографа вводятся дополнительные поправочные коэффициенты.

Подстановка имеет общий вид

$$H(y)F(v) \approx kF(U),$$

где k — компенсирующий ошибку поправочный множитель. Специальные исследования показали, что для настильной стрельбы с малыми Θ_0 и большими начальными скоростями угол Θ мало меняется по траектории, а $H(y) \approx 1$. В этом случае достаточно $k \approx \frac{1}{\cos \Theta}$. Для зенитной стрельбы с большими начальными скоростями, хотя $\cos \Theta$ мало меняется по траектории, но $H(y) \neq 1$ и необходима замена

$$H(y)F(v) \approx H(y_{cp})F(U) \frac{\cos \Theta_0}{\cos \Theta},$$

т. е.

$$k = H(y_{cp}) \frac{\cos \Theta_0}{\cos \Theta}.$$

Для средних углов бросания и скоростей подстановка несколько сложнее предыдущих:

$$H(y)F(v) \approx \beta F(U) \frac{\cos^2 \Theta_0}{\cos \Theta},$$

т. е.

$$k = \beta \frac{\cos^2 \Theta_0}{\cos \Theta},$$

где β — дополнительный числовой поправочный множитель.

Последняя замена носит название «подстановки Сиаччи». После введения ее в уравнение гидографа и разделения переменных можно получить

$$\int_{\Theta_0}^{\Theta} \frac{d\Theta}{\cos^2 \Theta} = \frac{g}{c\beta \cdot \cos^2 \Theta_0} \int_{U_0}^U \frac{dU}{UF(U)}.$$

Интеграл левой части берется в конечном виде и равен $|\operatorname{tg} \Theta|_{\theta_0}^{\theta}$. Интеграл правой части, так же как и интеграл остальных уравнений системы (5.72), в конечном виде не берется. Для определения $\operatorname{tg} \Theta$, t , x и y применяются таблицы специальных функций $D(U)$, $I(U)$, $A(U)$, $T(U)$, называемые таблицами «основных функций».

Входной величиной в эти таблицы является псевдоскорость U . Расчетные формулы имеют очень простой вид. Например, координата

$$x = \frac{1}{c\beta} [D(U) - D(v_0)].$$

Известно решение, основанное на использовании таблиц «вспомогательных функций», у которых входными величинами являются v_0 и $c'x$, где $c' = c\beta$.

Для больших углов бросания метод псевдоскорости дает значительные ошибки. Таблицы численных значений коэффициента β составлены для углов $\Theta_0 < 60^\circ$ (28). Применение метода псевдоскорости принципиально возможно для расчета характеристик движения тела переменной массы, т. е. для расчета активных участков траектории неуправляемых ракет.

Первое уравнение системы (5.49) может быть заменено на уравнение

$$\frac{du}{d\lambda} = \left[\frac{w_e}{1-\lambda} - \frac{id^2}{G_{\text{сек}}} \cdot 10^3 H(y) \frac{F(v)}{1-\lambda} \right] \cos \Theta. \quad (5.74)$$

Это проекция уравнения движения на ось OX декартовой системы координат.

Если теперь принять так же, как при решении уравнения (5.70), что $G_{\text{сек}} = \text{const}$, $H(y) \approx H(y_{\text{ср}})$ и $\Theta = \Theta_{\text{ср}}$, то можно получить

$$\frac{d\lambda}{1-\lambda} = \frac{d \left(v \cdot \frac{\cos \Theta}{\cos \Theta_{\text{ср}}} \right)}{w_e [1 - kF(v)]}, \quad (5.75)$$

где в k включены все постоянные величины и численный поправочный коэффициент.

Если дополнительно принять

$$v = \frac{u}{\cos \Theta} \approx \frac{u}{\cos \Theta_{\text{ср}}}$$

и обозначить

$$U = \frac{v \cdot \cos \Theta}{\cos \Theta_{cp}},$$

то после интегрирования получим

$$\ln \frac{1}{1-\lambda} = \frac{1}{w_r} \int_{U_i}^U \frac{d(U)}{1-kF(U)}, \quad (5.76)$$

где U_i — значение U для начала участка интегрирования.

Подобным образом и в остальных уравнениях системы (5.49) переменные могут быть разделены, а уравнения проинтегрированы. Численные решения, очевидно, потребуют применения специальных таблиц.

Приведенные приближенные аналитические решения удобны тем, что позволяют найти характеристики движения центра массы ракеты для всех участков траектории движения.

В практике баллистических расчетов применяются так называемые табличные методы решения, пользуясь которыми можно найти элементы характерных точек траекторий, например вершины или точки падения. Особенно широко используются баллистические таблицы для расчета элементов траекторий полета снарядов ствольной артиллерии. Эти же таблицы могут быть использованы и для расчета пассивных участков траекторий ракет. Исследование системы уравнений (5.72) показывает, что элементы траектории определяются тремя параметрами: v_0 — начальной скоростью; C — баллистическим коэффициентом; Θ_0 — углом бросания. После большого количества расчетов траекторий с использованием системы уравнений (5.72) составляются таблицы, входами в которые являются v_0 , C и Θ_0 . В таблицах обычно даны значения полной дальности X , высоты траектории Y , полного времени полета — T , скорости в точке падения — v_c и угла наклона касательной к траектории в точке падения — Θ_c . Расчеты по таблицам сводятся к простому интерполированию по v_0 , C и Θ_0 .

Для расчета траекторий зенитной стрельбы к трем входным параметрам добавляется четвертый — время движения.

Пользуясь таблицами зенитной стрельбы, можно для траектории, определяемой v_0 , C и Θ_0 , найти x_t , y_t и v_t ,

ствечающие различным временам полета снаряда t_1 , t_2 , t_3 и т. д.

Начало пассивного участка полета ракеты класса «земля—земля» иногда находится на значительной высоте, поэтому непосредственное использование баллистических таблиц может дать существенные ошибки. В этом случае надо воспользоваться законом подобия траекторий Ланжевена.

Французский ученый П. Ланжевен установил зависимость между характеристиками двух траекторий, для

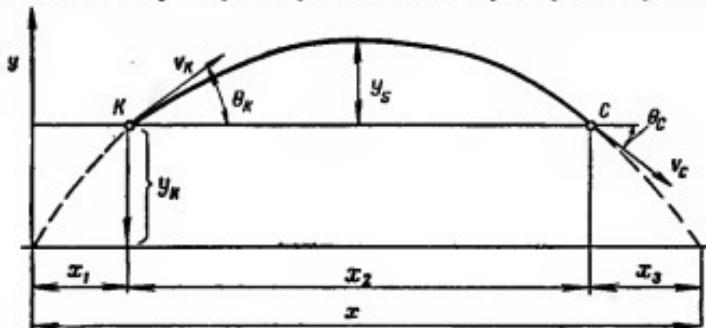


Рис. 88. Схема деления траектории ракеты на отдельные участки

которых температура и давление окружающего воздуха, соответствующие точке начала траекторий, различны.

При установлении зависимости предполагалось, что изменение температуры с высотой такое же, как и при нормальной атмосфере. Обозначим горизонтальную дальность пассивного участка траекторий через x_2 , элементы начала пассивного участка индексом k , а конца участка индексом C (рис. 88).

Из закона подобия траекторий находим

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= \frac{\tau_k}{\tau_{0N}} \cdot \Phi_x(C^*, v_{tk}, \Theta_k); \\ y_s &= \frac{\tau_k}{\tau_{0N}} \cdot \Phi_y(C^*, v_{tk}, \Theta_k); \\ \Theta_c &= \Phi_c(C^*, v_{tk}, \Theta_k); \\ v_c &= \sqrt{\frac{\tau_k}{\tau_{0N}} \cdot \Phi_v(C^*, v_{tk}, \Theta_k)}; \\ T_c &= \sqrt{\frac{\tau_k}{\tau_{0N}} \cdot \Phi_T(C^*, v_{tk}, \Theta_k)}, \end{aligned} \right\} \quad (5.77)$$

где

$$C^* = C_{II} \cdot \frac{h_k}{h_{0N}};$$

$$v_{tk} = v_k \sqrt{\frac{\tau_{0N}}{\tau_k}}.$$

В этих формулах буквами v_k , Θ_k , h_k и τ_k обозначены соответственно скорость, угол бросания, барометрическое давление и виртуальная температура в точке начала пассивного участка траектории.

Баллистический коэффициент для пассивного участка (см. формулу 3.65) равен

$$C_{II} = \frac{Id^2}{q_0 - \omega} \cdot 10^3.$$

Значения функций Φ_x , Φ_y , Φ_Θ , Φ_v и Φ_T берутся из обычных баллистических таблиц по входным величинам C^* , v_{tk} и Θ_k . Так, например, $\Phi_x(C^*, v_{tk}, \Theta_k)$ равняется дальности, определенной по баллистическим таблицам для численных значений величин, указанных в скобках.

Полная дальность полета равна

$$X = x_1 + x_2 + x_3.$$

Первый активный участок траектории рассчитывается одним из способов, о которых рассказывалось выше, или решается одним из численных методов.

Третий участок можно рассчитывать также приближенно, разлагая в ряд функцию $y=f(x)$ около точки C . Этот метод хорошо известен в баллистике ствольных систем.

К приближенным методам расчета траекторий ракет, имеющих относительно малую дальность стрельбы, можно отнести так называемый метод эквивалентного артиллерийского снаряда. Этот метод предполагает отыскание таких начальных условий бросания артиллерийского снаряда (Θ_0 и v_0), при которых в точке конца работы двигателя траектория артиллерийского снаряда имела бы совпадение с траекторией ракеты по величине и направлению вектора скорости, т. е. в точке с координатами x_k и y_k было бы равенство $v=v_k$ и $\Theta=\Theta_k$. Естественно, что эквивалентный артиллерийский снаряд дол-

жен иметь ту же величину баллистического коэффициента, что и ракета на пассивном участке траектории, т. е. Сп. Расчетная траектория эквивалентного снаряда должна совпасть с траекторией ракеты на пассивном участке траектории. До точки с координатами x_k и y_k траектории ракеты и снаряда не совпадают. Определение начальных условий траектории эквивалентного снаряда можно проводить с помощью баллистических таблиц или одним из аналитических методов решения задач полета артиллерийских снарядов, например методом псевдоскорости.

Оценивая аналитические и табличные методы решения задач теории полета, следует еще повторить, что эти методы приближенные и рассматривают сравнительно небольшой класс частных задач. В то же время они позволяют сравнительно просто проводить различные баллистические исследования.

§ 6. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ПОЛЕТА И ПРИМЕНЕНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МАШИН

Сложность явления управляемого полета ракет, требование быстрой и высокой точности расчета характеристик движения, а также большой объем вычислений приводят к необходимости проводить исследования в области теории полета с использованием электронных вычислительных машин.

Задачи, связанные с теорией полета, впервые начали решаться с использованием математических машин и счетно-решающих устройств в приборах управления артиллерийским огнем.

Современные электронные вычислительные машины по принципу решения математических задач разделяются на три класса: электронные цифровые машины дискретного (прерывного) действия, моделирующие машины непрерывного действия, или так называемые аналоговые машины, и машины смешанных типов.

Машины каждого класса могут быть большими универсальными, предназначенными для решения разнообразных сложных математических задач, и относительно малыми специализированными, пред назначенными для

решения однотипных задач в определенной области техники. В нашей стране освоен выпуск отечественных машин всех классов, которые применяются в народном хозяйстве и оборонной технике. Широко используются универсальные цифровые вычислительные машины СТРЕЛА, БЭСМ, М-2, М-3, УРАЛ-2 и др.

Машина БЭСМ, разработанная в 1953 г., в течение продолжительного времени оставалась самой быстрой действующей машиной в Европе. Из моделирующих машин непрерывного действия выпускаются серийно машины ИПТ-5, МПТ-9, МПТ-11, МН-2, МН-7 и многие другие.

Примером специализированных вычислительных машин являются ПУАЗО (приборы управления артиллерийским зенитным огнем) и различные машины системы противовоздушной обороны. В войсках ПВО и ПРО радиолокационные приборы вместе с вычислительными машинами используются для обнаружения целей и наведения на них управляемых ракет и самолетов-перехватчиков.

Хорошо разработанные в математике численные методы позволяют свести решение различных весьма сложных задач к выполнению четырех арифметических действий: сложению, вычитанию, умножению и делению. Этот принцип численных методовложен в основу создания цифровых вычислительных машин. Проведение арифметических действий в определенной последовательности определяется программой работы машины. Программа работы может быть составлена для решения различных задач, поэтому цифровые вычислительные машины универсальны. Большим достоинством их является также высокая точность решения. Основные недостатки: сложность устройства, большая трудоемкость составления программы и сложность подготовки машины к работе.

В электронных моделирующих машинах математические величины изображаются в виде непрерывно меняющихся значений напряжений. Все действия производятся с электрическими напряжениями, отображающими заданные величины в соответствующих масштабах. Большим достоинством таких машин является сравнительная простота устройства и компактность. К недостаткам моделей можно отнести возможность получения

значительных ошибок, доходящих до нескольких процентов.

Задачи теории полета принципиально могут решаться как на цифровых, так и на моделирующих машинах. Учитывая особенности и возможности серийных

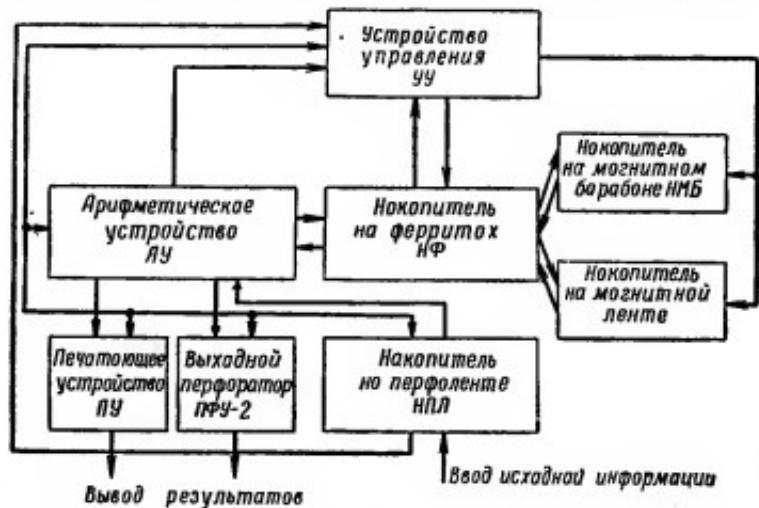


Рис. 89. Принципиальная блок-схема машины УРАЛ-2

машин того и другого класса, предпочтительно использовать цифровые машины. Машины непрерывного действия незаменимы при моделировании процесса колебаний и управления полетом ракет. Рассмотрим особенности решения уравнений, описывающих движение центра массы ракет, на электронных цифровых машинах. Конкретные схемы и примеры будем давать применительно к распространенной отечественной машине УРАЛ-2.

Для автоматического проведения расчетов в соответствии с программой электронная цифровая машина должна иметь следующие три основные части: арифметическое устройство, предназначенное для выполнения непосредственной расчетной работы, запоминающее устройство, в котором хранятся числа и команды, заполняются результаты промежуточных расчетов, принимаются и выдаются нужные числа, и устройство для обеспечения автоматической работы машины. Принципиальная блок-схема машины УРАЛ-2 дана на рис. 89. Арифметическое устройство (АУ) выполняет

арифметические и логические операции над числами; кроме того, АУ имеет устройство для приема и выдачи информации, а также блоки взаимодействия с управляющим устройством машины и автономного управления АУ. Запоминающее устройство состоит из трех накопителей: оперативного накопителя на ферритах, у которого запоминающими устройствами служат ферритовые сердечники, накопителя на магнитном барабане с управляющими блоками для записи и считывания информации и накопителя на магнитной ленте. Ввод в машину исходной информации, состоящей из чисел и команд, осуществляется через особый накопитель на перфорированной ленте.

Результаты расчетов машина может выдавать через выходное перфорирующее устройство на перфорированную ленту и через печатающее устройство на бумажную ленту. Управляющее устройство обеспечивает автоматическое управление всеми частями машины в соответствии с программой и ручное управление с пульта. Кроме перечисленных частей машины, взаимно связанных монтажом схем и в работе, имеются еще так называемые внешние устройства, работающие отдельно от машины. Это — клавишное устройство, с помощью которого на перфорированную ленту наносится набор команд и чисел. Перфорированная лента исходной информации в целях проверки изготавливается отдельно в двух экземплярах. Взаимная проверка лент проводится на контрольно-считывающем устройстве. При проверке в случае несовпадения пробивки на лентах подается соответствующий сигнал.

Подготовка задачи к решению ее на машине состоит из двух основных этапов.

Первый этап — выбор численного метода решения и составление расчетных формул.

Второй этап — собственно программирование.

Рассмотрим основы численных методов решения уравнений полета. Впервые метод численного интегрирования для решения уравнений внешней баллистики был предложен А. Н. Крыловым в 1917 г. Этот метод использует теорию интерполирования и конечных разностей.

В предыдущем параграфе было показано, что основ-

ные трудности при интегрировании уравнений теории полета заключаются в том, что функции, определяющие силу сопротивления воздуха $F(v)$ или $C_x(M)$, не имеют простого аналитического вида, а обычно задаются таблицей. Также задается таблицей и функция изменения плотности воздуха с высотой $H(y)$. Методы численного интегрирования позволяют вычислить определенный интеграл от функции заданной таблицей. В этом случае используется так называемая интерполирующая функция, которая под знаком интеграла заменяет действительную функцию, аналитический вид которой неизвестен. Если такая замена происходит на небольшом участке кривой, то можно получить достаточно высокую точность интегрирования.

Пусть интерполирующей функцией будет $y = f(x)$, тогда приращение определенного интеграла в пределах от x_n до x_{n+1} равно

$$\Delta I_n = \int_{x_n}^{x_{n+1}} y dx. \quad (5.78)$$

Самая простая интерполирующая функция линейная. Формула линейного интерполирования получается из правила пропорций:

$$\frac{y - y_n}{y_{n+1} - y_n} = \frac{x - x_n}{x_{n+1} - x_n}, \quad (5.79)$$

где $y_{n+1} - y_n = \Delta y_n$ — разность между последующим и предыдущим значениями функции, отвечающими соответствующим значениям аргумента;

$x_{n+1} - x_n = h$ — интервал изменения аргумента, или так называемый шаг аргумента.

Согласно формуле (5.79) неизвестное значение функции, отвечающее значению аргумента x , равно

$$y = y_n + \frac{x - x_n}{h} \cdot \Delta y_n$$

При линейном интерполировании площадь под кривой будет разбита на ряд трапеций, подсчитать суммарную площадь которых очень просто (рис. 90). Вместе с тем интегрирование по правилу трапеций для получения высокой точности решения требует малого шага

аргумента h . Малый шаг приведет к большому объему вычислительной работы. Кроме того, при практических расчетах не всегда можно иметь таблицу опытных или расчетных данных с малым шагом аргумента.

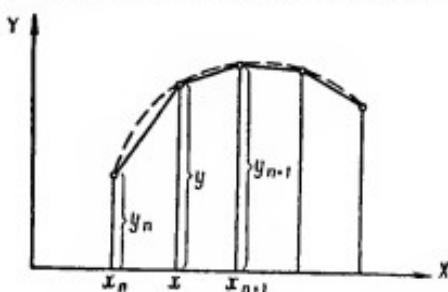


Рис. 90. Интегрирование по правилу трапеций

Член степенн, на единицу меньшей, чем число заданных значений функций на принятом участке интерполирования. Кроме того, интерполирующая функция должна пройти через все заданные точки интервала.

При решении многих технических вопросов широко применяется интерполирующая функция Лагранжа. При численном интегрировании уравнений полета с применением клавишных счетных машин (электрических арифмометров) и таблиц логарифмов применяются интерполирующие формулы, составленные с использованием таблиц конечных разностей.

Если некоторая функция $y=f(x)$, например $C_x(M)=f(M)$, задана таблицей с изменением аргумента через постоянный шаг h , то конечной разностью первого порядка или первой разностью называется

$$\Delta y = \Delta f(x) = f(x+h) - f(x).$$

Вторая разность

$$\Delta^2 y = \Delta^2 f(x) = \Delta [\Delta f(x)] \text{ и т. д.}$$

Чтобы составить таблицу конечных разностей, надо из каждого значения функции вычесть ему предшествующее и полученный результат записать в столбце справа в одной строке с вычитаемым (см. табл.).

Если при численном интегрировании уравнений полета воспользоваться специальными интерполирующими функциями, то шаг интегрирования может быть увеличен по сравнению с интегрированием по правилу трапеций. Интерполирующая функция составляется в виде много-

x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$
x_{n-3}	y_{n-3}	Δy_{n-3}	$\Delta^2 y_{n-3}$	$\Delta^3 y_{n-3}$
x_{n-2}	y_{n-2}	Δy_{n-2}	$\Delta^2 y_{n-2}$	$\Delta^3 y_{n-2}$
x_{n-1}	y_{n-1}	Δy_{n-1}	$\Delta^2 y_{n-1}$	$\Delta^3 y_{n-1}$
x_n	y_n	Δy_n	$\Delta^2 y_n$	$\Delta^3 y_n$
x_{n+1}	y_{n+1}	Δy_{n+1}	$\Delta^2 y_{n+1}$	
x_{n+2}	y_{n+2}	Δy_{n+2}		
x_{n+3}	y_{n+3}			

Если воспользоваться горизонтальной строкой таблицы разностей, то можно, применяя (5.78), получить следующую формулу, определяющую приращение определенного интеграла в пределах от x_n до x_{n+1} :

$$\Delta y_n = h \left(y_n + \frac{1}{2} \Delta y_n - \frac{1}{12} \Delta^2 y_n + \frac{1}{24} \Delta^3 y_n \right).$$

Если воспользоваться наклонной экстраполяционной строкой таблицы разностей, то формула будет иметь вид

$$\Delta y_n = h \left(y_n + \frac{1}{2} \Delta y_{n-1} + \frac{5}{12} \Delta^2 y_{n-2} + \frac{3}{8} \Delta^3 y_{n-3} \right). \quad (5.80)$$

Последняя формула интересна тем, что позволяет иметь Δy_n , основываясь на предшествующих разностях Δy_{n-1} , $\Delta^2 y_{n-2}$ и $\Delta^3 y_{n-3}$. Пользуясь ею, можно интегрировать вперед, основываясь на характере изменения функций. Если составить таблицу конечных разностей производных функций y'_x , то можно, пользуясь приведенными формулами, решать обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка, к которым сводятся дифференциальные уравнения, описывающие полет ракет. Для наклонной строки по аналогии с формулой (5.80)

$$\Delta y_n = h \left(y'_n + \frac{1}{2} \Delta y'_{n-1} + \frac{5}{12} \Delta^2 y'_{n-2} + \frac{3}{8} \Delta^3 y'_{n-3} \right). \quad (5.81)$$

Имея y_n и прибавляя Δy_n , получим следующее значение функции:

$$y_{n+1} = y_n + \Delta y_n \quad (5.82)$$

В применении двух последних простых формул и заключается сущность численного интегрирования. Постепенно двигаясь, шаг за шагом, и наращивая таблицу разностей, можно определить все значения функции $y=f(x)$ в заданных пределах.

Решение задач теории полета осложняется тем, что надо решать несколько уравнений совместно. Желательно выбрать систему с меньшим числом уравнений, решаемых совместно, и с наиболее удобным для данной задачи аргументом. Например, для расчета активного участка траектории неуправляемой ракеты удобно брать систему по аргументу t . Для численного решения перестроим систему уравнений (5.48) на декартовы координаты и заменим в первом уравнении P и X из формул (1.12) и (3.66). Для простоты написания обычно обозначают $\operatorname{tg} \Theta = p$. Тогда получим

$$\left. \begin{array}{l} \frac{du}{dt} = u \frac{m_0}{m} (D - E); \\ \frac{dp}{dt} = -\frac{g}{u}; \\ \frac{dy}{dt} = up; \\ \frac{dx}{dt} = u, \end{array} \right\} \quad (5.83)$$

где

$$D = \frac{1}{v} \left\{ \frac{P_0}{m_0} + \frac{S_a P_{0N}}{m_0} [1 - \Pi(y)] \right\},$$

$$\text{а } E = C_0 H(y) G(v).$$

Очевидно, что первые три уравнения системы (5.83) должны решаться совместно. Для постоянного наращивания таблицы конечных разностей необходимо иметь, кроме начальных, первые три значения: x , y , u и p . Эти значения обычно получаются методом последовательных приближений. Вычисления проводятся с многократным использованием формулы (5.81), а результат заносится в специальный бланк, называемый основным (табл. 4).

Таблица 4

	$\dot{y} = \rho u$				$\dot{p} = -\frac{g}{u}$				$\dot{x} = u$				$\dot{u} = (D - E) u - \frac{m_0}{m}$										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
m_0	t	m	$\frac{m_0}{m}$	y	Δy	\dot{y}	$\Delta \dot{y}$	$\Delta^2 y$	p	Δp	\dot{p}	$\Delta \dot{p}$	x	Δx	u	Δu	\dot{u}	$\Delta \dot{u}$	$\Delta^2 u$	\ddot{u}	$\Delta \ddot{u}$	$\Delta^3 u$	v
0																							
1																							
0																							
1																							
2																							
0																							
1																							
2																							
3																							
4																							

Строки в расчетном бланке наращиваются в следующем порядке.

1. По формуле (5.81) с заменой \dot{y} на \dot{u} и соответствующих разностей вычисляется Δu_n .

2. С использованием формулы (5.82) вычисляется

$$u_{n+1} = u_n + \Delta u_n$$

3. По второй формуле (5.83) вычисляется p_{n+1} .

4. По формуле (5.81) с соответствующей заменой вычисляется Δp_n .

5. По формуле (5.82)

$$p_{n+1} = p_n + \Delta p_n$$

6. Зная u_{n+1} и p_{n+1} , по третьей формуле системы (5.83) определяется y_{n+1} .

7. По y_n и соответствующим разностям с помощью формулы численного интегрирования, составленной по ломаной строке таблицы разностей, вычисляется Δy_n .

8. По формуле (5.82) определяется:

$$y_{n+1} = y_n + \Delta y_n$$

9. Используя значения y_{n+1} , u_{n+1} и p_{n+1} , по первой формуле системы (5.83) вычисляется u_{n+1} .

Так как формула (5.81) составлена с помощью наклонной экстраполяционной строки, то после наращивания строк надо исправить Δu_n по более точной формуле ломаной строки.

Описанный метод расчета используется при решении задач теории полета на клавишных счетных машинах, а также с применением таблиц логарифмов. Он применяется для сравнительно небольших по объему расчетов в том случае, когда использование электронных вычислительных машин, учитывая сложность отладки программы, экономически не оправдывается. Его целесообразно применять для контрольных расчетов при отладке программы на электронной вычислительной машине.

Особенность решения систем уравнений теории полета на машине УРАЛ заключается в том, что обыкновенные дифференциальные уравнения, к которым относятся и большинство уравнений, описывающих полет, решаются на машине по методу Рунге — Кутта. Это тоже числен-

ный метод интегрирования, но он позволяет вести расчет без повторения расчетов путем сближения. В основу метода положено разложение искомой функции в ряд по степеням $(x - x_n)$ аргумента около заданной известной точки (x, y) функции $y(x)$:

$$y = y_n + (x - x_n) y'_n + \frac{(x - x_n)^2}{2!} \cdot y''_n + \dots + \\ + \frac{(x - x_n)^m}{m!} \cdot y^{(m)}_n + \dots$$

В результате исследований получается следующая расчетная формула:

$$\Delta y_n \approx \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4),$$

где

$$k_1 = h \cdot f(x_n; y_n),$$

$$k_2 = h \cdot f\left(x_n + \frac{h}{2}; y_n + \frac{k_1}{2}\right),$$

$$k_3 = h \cdot f\left(x_n + \frac{h}{2}; y_n + \frac{k_2}{2}\right),$$

$$k_4 = h \cdot f(x_n + h; y_n + k_3).$$

Применяя формулу Рунге — Кутта, находят приближенное значение Δy_n , после чего по формуле (5.82) определяют y_{n+1} . За новую начальную точку берут $x_{n+1} = x_n + h$ и $y_{n+1} = y(x_n + h)$. Повторяя расчеты, получают таблицу искомой функции в заданных пределах. Как видно из приведенных формул, интегрирование сведено к простым действиям и может быть выполнено арифметическим устройством электронной цифровой машины. Кроме того, для решения на машине надо представить в виде многочленов или таблиц изменение плотности воздуха с высотой (функцию $H(y)$) и изменение массы ракеты по времени $t(t)$. Если предполагается какой-либо сложный режим регулирования тяги, то необходимо задать многочленом или таблицей закон изменения силы тяги по высоте или по времени. Особое внимание следует обратить на задание функции, определяющей силу сопротивления воздуха $C_x(M)$ или $F(v)$. При подготовке решения для каждой рассчитываемой величины устанавливается точность решения или число

значащих цифр. Например, координаты x и y вычисляются с точностью до 0,1 м или до 1 м, время вычисляется с точностью до 0,01 сек и т. д. Одновременно целесообразно установить заранее шаг интегрирования, обеспечивающий необходимую точность решения, исходя из особенностей рассчитываемой траектории. При переходе через скорость звука графики $C_x(M)$ или $F(v)$ резко меняются (см. рис. 23 и 45) и большой шаг интегрирования может не обеспечить заданной точности. Следует иметь в виду, что машина может работать с автоматическим выбором шага. В процессе решения сравнивается получаемая точность с заданной. Если погрешность на выбранном шаге интегрирования хотя бы для одного из уравнений не удовлетворяет заданной точности, то шаг интегрирования автоматически уменьшается в два раза (половинится). Однако надо иметь в виду, что подобная работа требует очень большой программы и на ее осуществление будет тратиться много машинного времени. Поэтому предпочтительнее там, где это допускается требуемой точностью вычислений, работать с постоянным шагом интегрирования. Подобные соображения следует иметь в виду и при желании учесть переменность $C_x(M)$ с высотой. Как известно из третьей главы, функция $C_x(M)$ переменна по высоте за счет изменения числа Рейнольдса. Получить графики $C_x(M)$ для различных высот большого труда не составляет. Однако использование нескольких графиков приведет к увеличению программы расчетов, а следовательно, и к увеличению машинного времени.

При подготовке задания на проведение расчетов необходимо предусмотреть также характер и объем готовой информации, выдаваемой печатающим устройством машины. При отладке программы хорошо иметь для контрольных проверок результаты решений, полученные каким-либо другим способом, например численным интегрированием с применением клавишных машин и таблиц логарифмов.

В заключение заметим, что возможности современных электронных цифровых машин очень велики, а составление программ — достаточно сложное и трудоемкое дело. Плохо составленная программа снижает производительность машины. При подготовке задачи к решению на машине, составлении программы и отладке

машины надо хорошо знать устройство машины и ее особенности. Надо также иметь ясное представление о задачах, подлежащих решению. После отладки программы машина может заменить десятки людей и выполнить работу в сроки, недоступные при ручных способах вычислений.

§ 7. ПОНЯТИЕ ОБ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЯХ ТЕОРИИ ПОЛЕТА

Установление наивыгоднейших (оптимальных) условий движения является одной из важнейших и сложных задач теории полета. В качестве примера оптимальной задачи можно привести определение угла бросания, при котором можно получить наибольшую горизонтальную дальность полета при заданной начальной скорости. Определенный из этих условий угол называется углом наибольшей дальности $\Theta_{0\max}$. Наиболее просто угол наибольшей дальности определяется при значении $g_t = \text{const}$, если не учитывать силу сопротивления воздуха. Из формулы (5.57) следует, что $X = X_{\max}$ при $\sin 2\Theta_0 = 1$, т. е. когда $\Theta_{0\max} = 45^\circ$. Характерным примером является также определение угла наибольшей дальности в пределах эллиптической теории при $g_t \neq \text{const}$. Из рис. 72 видно, что наибольшая дальность будет отвечать наибольшему значению угла ϕ , определяемому по формуле (5.64). Из кеплеровых уравнений можно получить формулу, связывающую углы ϕ и Θ_0 :

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{1}{2} \frac{r_0 v_0^2 \cdot \sin 2\Theta_0}{g_{t0} R^2 - r_0 v_0^2 \cdot \cos^2 \Theta_0}. \quad (5.84)$$

Пользуясь известным правилом отыскания максимума функции, надо взять производную $\frac{d}{d\Theta_0} (\operatorname{tg} \psi)$ и приравнять ее к нулю. После преобразований получим формулу, определяющую угол наибольшей дальности:

$$\sin \Theta_{0\max} = \sqrt{\frac{g_{t0} R^2 - r_0 v_0^2}{2g_{t0} R^2 - r_0 v_0^2}}. \quad (5.85)$$

На рис. 91 показан график $\Theta_{0,\max} = f(v_0)$, составленный для случая $r_0 = R$ (рис. 72). Из графика видно, что при малых начальных скоростях угол наибольшей дальности близок к 45° .

С увеличением скорости угол наибольшей дальности уменьшается, достигая нуля при первой космической скорости.

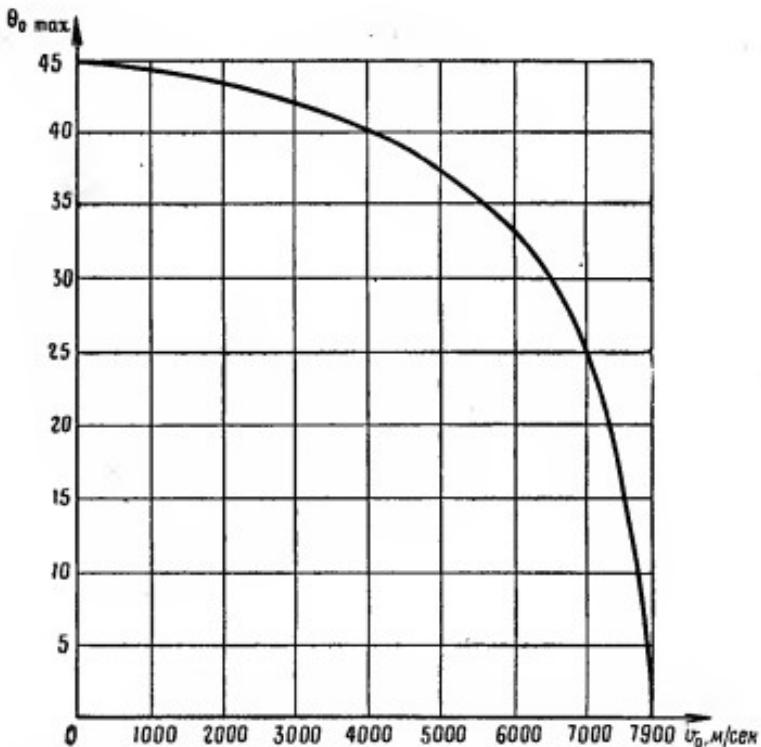


Рис. 91. Зависимость угла наибольшей дальности от скорости v_0 по эллиптической теории

Если учитывать силу сопротивления воздуха, то задача определения угла наибольшей дальности не решается в аналитическом виде без дополнительных упрощений. Самый простой путь — последовательное проведение большого количества расчетов для различных значений Θ_0 и построение графиков $X = f(\Theta_0)$. Значение $\Theta_{0,\max}$ может определяться или по графикам, или способами

обратного интерполирования. Даже для простого случая движения тела постоянной массы в воздухе (снаряд ствольной артиллерии) угол наибольшей дальности зависит не только от начальной скорости, но и от калибра, веса и формы снаряда, объединяемых формулой баллистического коэффициента. Из графика на рис. 92 видно, что в зависимости от калибра угол наибольшей дальности может меняться в широких пределах — от 30° до 60° .

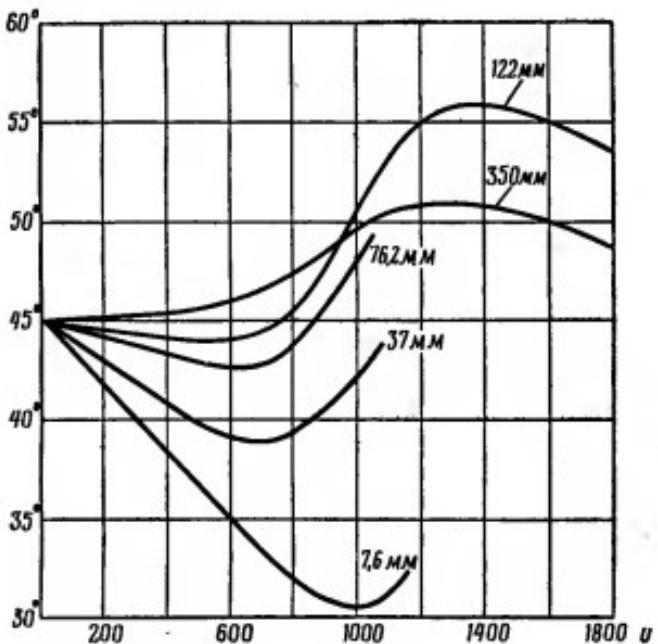


Рис. 92. Зависимость угла наибольшей дальности от начальной скорости и калибра снаряда

Решение экстремальных задач в ракетной технике началось с так называемой второй задачи Циолковского, состоящей в определении закона изменения массы ракеты и ее скорости в зависимости от времени, при котором можно ожидать наибольшей высоты подъема ракеты. В постановке Циолковского задача решается для вертикального подъема ракеты в постоянном поле тяготения без учета силы сопротивления воздуха. Как

показало более позднее исследование, учёт силы сопротивления воздуха необходим.

Наиболее обоснованный выбор оптимальных вариантов решения различных задач в ракетной технике основывается на строгих математических методах вариационного исчисления. Предметом вариационного исчисления являются исследования на экстремум (максимум или минимум) особых величин, называемых функционалами.

Функционал — переменная величина, значение которой определяется выбором одной или нескольких функций. Например, площадь некоторой поверхности является функционалом, так как определяется выбором функции, входящей в уравнение поверхности $z=z(x, y)$. Сопротивление среды движущемуся в ней с определенной скоростью телу также является функционалом, так как зависит от функции, определяющей форму поверхности движущегося тела. Одной из первых задач, решенных методом вариационного исчисления, была задача о кривой быстрейшего ската. В этой задаче требовалось определить форму плоской кривой, соединяющей две точки, расположенные на разной высоте, по которой тело скатилось бы в кратчайшее время. Если не учитывать сопротивление среды и трение, то такой кривой оказывается циклонда.

Вариационное исчисление начало развиваться с конца XVII века. Основателем его по праву считают члена Российской академии наук Л. Эйлера. Рассмотрим одну из схем решения вариационной задачи ракетной техники. Пусть требуется найти функцию, определяющую расход топлива (изменение массы ракеты) во времени, при осуществлении которой высота вертикального подъема ракеты будет наибольшей. Воспользуемся уравнением Мещерского (1.5) для вертикального подъема ракеты, опустив в нем для упрощения исследования величину P и примем $g=\text{const}$. Заменяя \dot{x} и \ddot{x} на v и $\frac{dv}{dt}$, будем иметь

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = -mg - \frac{dm}{dt} \cdot w - R(v). \quad (5.86)$$

Пусть масса ракеты меняется по зависимости $m=m_0 f_t$, где f_t — функция, характеризующая изменение

массы ракеты (расход топлива) в процессе работы двигателя. В начале движения $f_t(0) = 1$.

Заменив в уравнении (5.86) значение m на $m_0 f_t$ и разделив все члены на постоянную величину m_0 , получим

$$f_t \cdot \frac{dv}{dt} = -f_t g - \frac{df_t}{dt} \cdot w - \frac{R(v)}{m_0}. \quad (5.87)$$

Проведем замену переменных, введя значение элементарного пути ракеты dS :

$$\begin{aligned}\frac{dv}{dt} &= \frac{dv}{dS} \cdot \frac{dS}{dt} = v \cdot \frac{dv}{dS}; \\ \frac{df_t}{dt} &= \frac{df_t}{dv} \cdot \frac{dv}{dt} \cdot \frac{dS}{dv} = f'_v v \cdot \frac{dv}{dS}.\end{aligned}$$

Тогда

$$f_t v \cdot \frac{dv}{dS} = -f_t g - v f'_v w \cdot \frac{dv}{dS} - \frac{R(v)}{m_0}.$$

После преобразования и интегрирования получим

$$S = \int_v^{v_k} \frac{(f_t + f'_v w) v dv}{f_t g + \frac{1}{m_0} R(v)}. \quad (5.88)$$

Затем найдем такую функцию $f_t(v)$, при которой значение интеграла будет наибольшим, т. е. определим такой закон изменения массы от скорости, при котором высота подъема ракеты будет наибольшей.

Нахождение такой функции называется исследованием интеграла S на экстремум. Исследование должно проводиться при определенных граничных условиях: в начале исследуемого участка скорость ракеты $v = v_0$, а $f_t = 1$, т. е. масса $m = m_0$, в конце участка соответственно $v = v_k$, а $m = m_k$. Эти условия определяются конструктивными особенностями рассматриваемого типа ракет. Опуская само исследование, требующее специальной математической подготовки, напишем конечный результат:

$$f_t(v) = \frac{\frac{R(v)}{m_0} (v - w) + \frac{1}{m_0} \frac{dR(v)}{dv} \cdot vw}{gw}. \quad (5.89)$$

Полученная зависимость не может быть непосредственно использована для решения нашей задачи, так как большинство систем уравнений описывает движение ракет при независимой переменной t . Из формулы (5.87), легко получить

$$f_t = \frac{dv}{dt} = -f_t g - f_v \frac{dv}{dt} \cdot w - \frac{R(v)}{m_0},$$

откуда непосредственно

$$t = \int_{v_0}^{v_t} \frac{(f_t + f'_v w) dv}{f_t g + \frac{1}{m_0} R(v)}.$$

После решения интеграла можно найти зависимость $v(t)$. Имея две зависимости $f_t(v)$ и $v(t)$, можно установить искомую зависимость, т. е. найти функцию, определяющую изменение массы ракеты во времени, при которой путь ракеты будет наибольшим.

Обращаем внимание на то, что общий расход массы (топлива) остается постоянным, отыскивается лишь оптимальный (наивыгоднейший) вариант его расходования во время полета.

Многие вариационные задачи теории полета ракет были решены профессором Космодемьянским [8]. Ряд вариационных задач, связанных с запуском баллистических ракет дальнего действия и искусственных спутников Земли, решен Охоцким и Энеевым [10].

В практической работе всегда сочетаются теоретические вариационные методы с конструктивными проработками. Приведем несколько хорошо известных примеров. Ранее нами описаны конструкции и особенности полета крылатых ракет. Крылатая ракета бывшей немецкой армии «A-4B» представляла собой баллистическую ракету типа «A-4», снабженную крыльями площадью 2,2 м². Траектория ее полета изображена на рис. 74. Ракета «A-4» имела дальность стрельбы 320 км, а подобная ей по весовым данным крылатая ракета «A-4B» примерно 592 км. Таким образом, за счет конструктивных изменений удалось увеличить дальность примерно в 1,8 раза.

Определение наивыгоднейшей программы полета для этих типов ракет с учетом всех требований может быть предметом исследования с помощью вариацион-

ного исчисления. Приведем еще один характерный пример, касающийся многоступенчатых ракет. Воспользовавшись формулой К. Э. Циолковского, сравним идеальную наибольшую скорость движения последней ступени трехступенчатой ракеты со скоростью одноступенчатой ракеты, имеющей тот же начальный вес и то же количество топлива, что и составная ракета.

Примем начальный стартовый вес обеих ракет (60 т), эффективную скорость истечения рабочего тела 2500 м/сек. Пусть в каждой из ракет содержится 45 т топлива, полностью вырабатываемого при полете. Для одноступенчатой ракеты отношение

$$\frac{q_0}{q_0 - \omega} = 4$$

примерно соответствует этому отношению для ракеты «А-4». Наибольшая идеальная скорость одноступенчатой ракеты по формуле (5.54):

$$v_n = 2500 \ln 4 = 2500 \cdot 1,386 = 3460 \text{ м/сек.}$$

Далее примем, что в баках первой ступени составной трехступенчатой ракеты помещается 25 т топлива при весе ступени 30 т; в баках второй ступени — 16 т топлива при весе ступени 20 т; в баках последней ступени — 4 т топлива при весе ступени 10 т.

Наибольшая идеальная скорость последней ступени будет

$$v_n = 2500 \left(\ln \frac{60}{60-25} + \ln \frac{30}{30-16} + \ln \frac{10}{10-4} \right) = 4560 \text{ м/сек.}$$

Таким образом, за счет конструктивного изменения (применения трехступенчатой ракеты) головная часть ее с полезным грузом будет иметь скорость, примерно в 1,3 раза большую, чем скорость одноступенчатой ракеты. Определение в первом приближении наивыгоднейшего числа ступеней и их весовых соотношений должно явиться предметом исследования с помощью вариационного исчисления.

Огромное значение имеют исследования оптимальных режимов полета ракет в межпланетном пространстве.

§ 8. СПОСОБЫ ИЗМЕНЕНИЯ ДАЛЬНОСТИ СТРЕЛЬБЫ РАКЕТАМИ

Из рис. 88 видно, что полная дальность стрельбы складывается из дальности x_1 , соответствующей участку полета ракеты при работающем двигателе, и суммы дальностей $x_2 + x_3$, соответствующих полету ракеты на пассивном участке при иеработающем двигателе. Почти всегда у ракет класса «земля — земля» пассивный участок траектории значительно больше активного и в основном определяет полную дальность стрельбы. Дальность, соответствующая пассивному участку траектории, зависит от параметров конца активного участка траектории. Полет на активном участке траектории может быть управляемым и неуправляемым. В обоих случаях характеристики полета на активном участке траектории рассчитываются так, чтобы обеспечить наивыгоднейшие условия полета на пассивном участке траектории. Считая, что полная дальность определяется пассивным участком траектории, можно написать функциональную зависимость:

$$X = F(v_k, \Theta_k, C_{\Pi}, y_k, x_k, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n), \quad (5.90)$$

где v_k, Θ_k, y_k, x_k — параметры конца активного участка траектории;

C_{Π} — баллистический коэффициент на пассивном участке траектории;

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ — второстепенные факторы, определяющие дальность (к ним можно отнести, например, влияние метеоусловий).

Управление всеми факторами, влияющими на дальность, или хотя бы учет их в процессе полета является задачей, решение которой сопряжено с большими трудностями. Однако это и не всегда необходимо. Например, у баллистических ракет дальнего действия большая часть траектории проходит в разреженных слоях атмосферы, поэтому влияние метеофакторов оказывается неизначительным и их можно не учитывать. У ракет оперативно-тактического назначения, дальность стрельбы которых относительно невелика и большая часть траектории проходит в плотных слоях атмосферы, влияние метеофакторов учитывается введением поправок в началь-

ные условия стрельбы. Если не учитывать возможности изменения аэродинамических характеристик ракеты в процессе полета (т. е. баллистического коэффициента $C_{\text{п}}$), то факторами, определяющими дальность стрельбы, будут параметры конца активного участка траектории: скорость v_k , угол Θ_k и координаты x_k , y_k .

Для получения заданной дальности необходимо выключать двигатель, т. е. обеспечить нужное v_k при определенных значениях Θ_k , y_k и x_k .

Пусть v_k , Θ_k , y_k и x_k — расчетные значения параметров конца активного участка, определяющие заданную дальность, а $v_{\text{нд}}$, $\Theta_{\text{нд}}$, $y_{\text{нд}}$ и $x_{\text{нд}}$ — действительные значения этих же параметров.

Для сравнения действительных параметров с расчетными необходимо ракету оснастить аппаратурой, которая позволяла бы замерять во время полета действительные значения всех параметров, определяющих дальность, и сравнивать их с расчетными. Это очень сложная проблема.

Только при строгом соблюдении всех расчетных характеристик полета на активном участке траектории можно получить в один и тот же момент времени равенство

$$\begin{aligned} v_{\text{нд}} &= v_k; \quad \Theta_{\text{нд}} = \Theta_k; \\ x_{\text{нд}} &= x_k; \quad y_{\text{нд}} = y_k. \end{aligned} \tag{5.91}$$

По-видимому добиться расчетного режима движения легче всего при командных методах управления с постоянным визированием ракеты радиосредствами. Подобные системы управления могут применяться в ракетах класса «земля — воздух» и «воздух — земля». Однако у ракет класса «земля — земля» эти методы по ряду причин не применяются. При автономных системах управления, которыми могут снабжаться ракеты класса «земля — земля», строгое соблюдение расчетного режима движения по всем параметрам представляет большие трудности, а следовательно, также трудно добиться соблюдения всех равенств (5.91).

Поскольку полная дальность зависит от четырех параметров, то напрашивается мысль, что отклонение одного из них от расчетного значения можно было бы компенсировать соответствующим изменением других,

но так, чтобы получить расчетную дальность стрельбы. Для этого надо во время полета действительную дальность, определяемую как функцию от сочетания параметров v_d , Θ_d , x_d и y_d , сравнивать с расчетной. В этом случае, кроме измерения всех параметров в процессе полета, надо еще иметь на борту ракеты счетно-решающий механизм, который по получаемой информации вычислял бы ожидаемую действительную дальность, сравнивал ее с расчетной, и подавал соответствующие команды на органы управления. Координаты положения ракеты в этом случае не обязательно должны определяться относительно Земли. Например, при астронавигационной системе управления координаты ракеты определяются относительно какой-либо крупной звезды.

Как уже было сказано, у баллистических ракет большая часть траектории неуправляема и полная дальность должна определяться по сочетанию параметров на активном участке траектории.

Чтобы учесть влияние каждого из параметров, надо определить отклонение дальности от расчетной, вызываемое отклонением от расчетных каждого из параметров. Пусть

$$x = F(v_k, \Theta_k, x_k, y_k). \quad (5.92)$$

Возьмем полный дифференциал от этой функции. Из математики известно, что полный дифференциал равен сумме частных дифференциалов, тогда

$$dx = \frac{\partial x}{\partial v_k} \cdot dv_k + \frac{\partial x}{\partial \Theta_k} \cdot d\Theta_k + \frac{\partial x}{\partial x_k} \cdot dx_k + \frac{\partial x}{\partial y_k} \cdot dy_k. \quad (5.93)$$

Частные производные $\frac{\partial x}{\partial v_k}$, $\frac{\partial x}{\partial \Theta_k}$, $\frac{\partial x}{\partial x_k}$ и $\frac{\partial x}{\partial y_k}$ определяют изменение полной дальности при изменении каждого из параметров в отдельности на бесконечно малую величину.

Можно с некоторой ошибкой заменить бесконечно малые величины конечно малыми и принять линейную зависимость дальности от каждого из параметров.

Тогда из формулы (5.93) находим:

$$\Delta x = \left(\frac{\Delta x_v}{\Delta v_k} \right) \cdot \Delta v_k + \left(\frac{\Delta x_{\Theta}}{\Delta \Theta_k} \right) \cdot \Delta \Theta_k + \left(\frac{\Delta x_x}{\Delta x_k} \right) \cdot \Delta x_k + \left(\frac{\Delta x_y}{\Delta y_k} \right) \cdot \Delta y_k. \quad (5.94)$$

Обозначим $\mu_v = \frac{\Delta x_v}{\Delta v_k}$, $\mu_\Theta = \frac{\Delta x_\Theta}{\Delta \Theta_k}$, $\mu_x = \frac{\Delta x_x}{\Delta x_k}$ и $\mu_y = \frac{\Delta x_y}{\Delta y_k}$ и представим Δv_k , $\Delta \Theta_k$, Δx_k и Δy_k как разности между расчетными и действительными текущими их значениями:

$$\begin{aligned}\Delta v_k &= v_d - v_k; \\ \Delta \Theta_k &= \Theta_d - \Theta_k; \\ \Delta x_k &= x_d - x_k; \\ \Delta y_k &= y_d - y_k.\end{aligned}$$

Тогда из формулы (5.94) находим:

$$\begin{aligned}\Delta x = \mu_v (v_d - v_k) + \mu_\Theta (\Theta_d - \Theta_k) + \mu_x (x_d - x_k) + \\ + \mu_y (y_d - y_k).\end{aligned}\quad (5.95)$$

Очевидно, что $\Delta x = 0$, когда действительная дальность совпадет с расчетной, и

$$\begin{aligned}\mu_v v_k + \mu_\Theta \Theta_k + \mu_x x_k + \mu_y y_k = \mu_v v_d + \mu_\Theta \Theta_d + \\ + \mu_x x_d + \mu_y y_d.\end{aligned}\quad (5.96)$$

Для определенной ракеты, исходя из заданной дальности, может быть вычислена левая часть равенства (5.96), которая называется линейной четырехчленной управляющей функцией или линейным четырехчленным функционалом. Этот метод управления требует замеров в полете v_d , Θ_d , x_d , y_d , вычисления правой части равенства (5.96) и сравнения ее с заранее вычисленным значением управляющей функции.

В момент наступления равенства (5.96) двигатель ракеты должен быть выключен. Так как величина и направление вектора скорости в момент выключения двигателя могут определяться не только через v_k и Θ_k , но и через проекции вектора скорости на прямоугольные координатные оси u_k и w_k , то управляющий функционал может быть составлен исходя из функциональной зависимости:

$$x = F(u_k, w_k, x_k, y_k).$$

В этом случае ракета должна быть снабжена приборами, замеряющими u_d , w_d , x_d , y_d . Выбор того или иного метода составления управляющей функции зависит от конкретных условий. Трудности осуществления системы

управления, основанной на использовании четырехчленных управляющих функций, очевидны. В настоящее время у ракет класса «земля — земля», имеющих большой пассивный участок траектории, применяется способ управления дальностью стрельбы, основанный на учете неодинаковости влияния перечисленных выше параметров на дальность стрельбы.

Если исследовать влияние малых отклонений каждого из параметров (Δv_k , $\Delta \Theta_k$, Δx_k и Δy_k) на отклонение

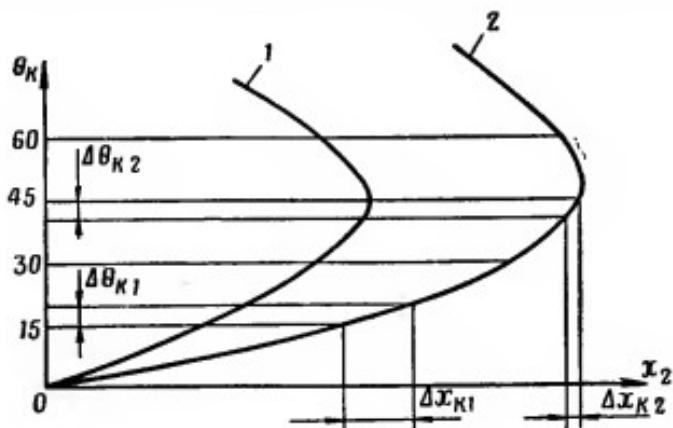


Рис. 93. Зависимость дальности от скорости v_k и угла бросания Θ_k :

1 — для скорости v_{k1} ; 2 — для скорости v_{k2} ; $v_{k2} > v_{k1}$. При $\Delta \Theta_{k1} = \Delta \Theta_{k2}$ отклонение дальности $\Delta x_{k1} > \Delta x_{k2}$

полной дальности, то окажется, что Δx_k и Δy_k мало влияют на Δx . Влияние $\Delta \Theta_k$ зависит от самой величины Θ_k . На рис. 93 показаны графики, иллюстрирующие зависимость дальности, соответствующей пассивному участку траектории, от v_k и Θ_k . Из графика видно, что дальность менее чувствительна к изменению угла бросания в области углов, близких к углу наибольшей дальности. Поэтому если выключить двигатель при программном угле тангажа, близком к углу наибольшей дальности, т. е. взять $\Theta_k = \Theta_{k\max}$ (рис. 75), то влияние $\Delta \Theta_k$ на Δx будет небольшим. Из формулы (5.95) получим с некоторой ошибкой

$$\Delta x = \mu_v (v_d - v_k).$$

При $\Delta x = 0$ будем иметь одночленный линейный функционал $\mu_v v_k = \mu_v v_d$, что соответствует управлению по скорости. В этом случае во время полета замеряется только скорость и при достижении равенства $v_d = v_k$ двигатель выключается. Скорость должна замеряться с возможной большей точностью. Современная бортовая аппаратура замера скорости, известная по иностранным источникам, дает ошибки, заложенные в самих принципах измерений. Однако точность стрельбы по дальности оказывается приемлемой.

§ 9. РАСЧЕТ ТРАЕКТОРИЙ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ РАКЕТ ПО ДАННЫМ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Баллистические ракеты — один из самых грозных видов ракетного оружия, и разработка эффективных способов борьбы с ними — одна из важнейших проблем, стоящих перед современной военной техникой. Для своевременного перехвата и уничтожения баллистической ракеты надо возможно раньше знать характеристики траектории ее движения и возможную точку падения. Поэтому в систему противоракетной обороны, кроме батарей антиракет, входят радиолокационные станции обнаружения и сопровождения баллистических ракет. Радиолокационные станции разделяются по расположению их от обороняемого объекта на три группы: станции дальнего обнаружения, станции точного сопровождения и станции, работающие в зоне непосредственного перехвата. Для надежной работы системы противоракетной обороны радиолокационные станции дальнего обнаружения должны быть расположены на расстоянии не менее 1600 км от обороняемого объекта. Они дают приближенные данные для вычисления характеристик траектории движения баллистической ракеты. Радиолокационные станции сопровождения располагаются не ближе 500—800 км от обороняемого объекта, следят за целью (РДД) в течение нескольких десятков секунд и непрерывно определяют координаты ее с возможно высокой точностью. Радиолокационные станции, работающие непосредственно в зоне перехвата, должны обеспечивать слежение за целью и антиракетой, определять их координаты и совместно с системой наведения направлять антиракету в точку предполагаемой встречи. Радиолока-

ционные станции работают в комплексе со счетно-решающими машинами, которые по данным радиолокационных измерений определяют характеристики движения ракеты [47].

Расчет траектории баллистической ракеты по данным радиолокационных измерений является сложной задачей. Дадим понятие о так называемых конечных методах расчета, определяющих зависимость между измеряемыми величинами и искомыми параметрами траектории. Конечные методы расчета основаны на использовании законов теории полета. Для расчета траекторий баллистических ракет используется теория кеплеровых движений.

Рассчитать траекторию — это значит определить положение плоскости траектории относительно Земли, вычислить размеры траектории и определить время прохождения баллистической ракетой характерных точек траектории — ее вершины и точки падения.

Решение проведем в предположении, что баллистическая ракета движется без сопротивления воздуха в центральном гравитационном поле и без учета влияния вращения Земли. Тогда в соответствии с ранее изложенным ракета будет описывать эллиптическую траекторию.

Радиолокационная станция, находящаяся в точке C , определяет дальность до цели ρ_i , ее азимут β_i и угол места цели α_i (рис. 94). На рис. 94 CPO — плоскость треугольника, проходящего через расположение радиолокационной станции (C), мгновенное положение баллистической ракеты (P) и условный центр Земли (O).

Для расчета траектории по минимуму данных при одной радиолокационной станции надо иметь два измерения азимутов β_1 и β_2 , два измерения углов места цели α_1 и α_2 , два измерения наклонной дальности ρ_1 и ρ_2 , одно измерение скорости изменения дальности (допплеровскую скорость) и одну фиксацию времени наблюдения.

Ориентация плоскости траектории относительно Земли может определяться двумя углами: углом δ_0 между плоскостью траектории ракеты и линией, соединяющей точку расположения радиолокационной станции с центром Земли (OC), и азимутом φ_0 , определяющим положение плоскости треугольника COD относительно на-

правления на север. Плоскость треугольника СОД перпендикулярна плоскости траектории ракеты. Из геометрических соображений

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{p \cdot \cos \alpha}{R + p \cdot \sin \alpha}.$$

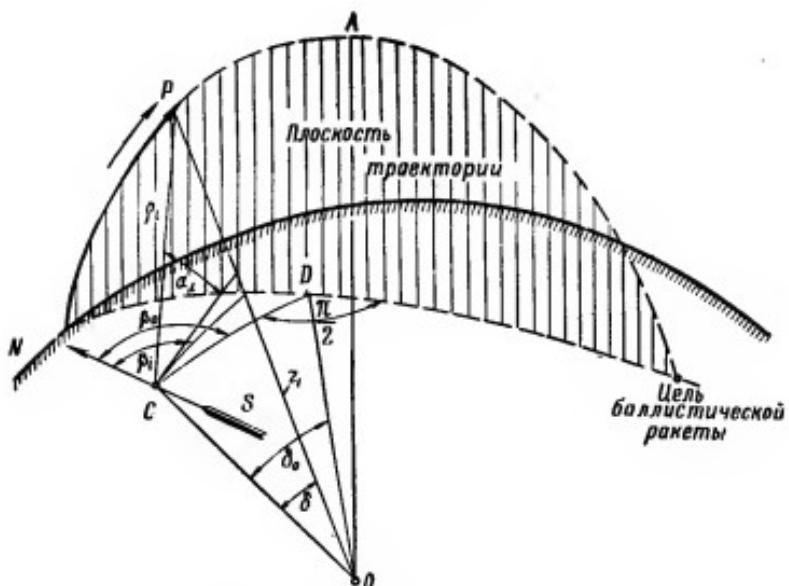


Рис. 94. Схема замера положения баллистической ракеты радиолокационной станцией в момент времени t_i

Имея два соответственных измерения p и α , можно вычислить два значения δ_1 и δ_2 . Используя два азимута β_1 и β_2 и вычисленные значения δ_1 и δ_2 , можно определить β_0 по формуле из сферической тригонометрии:

$$\operatorname{tg} \beta_0 = \left[\frac{\operatorname{tg} \delta_1 \cdot \cos \beta_1 - \operatorname{tg} \delta_2 \cdot \cos \beta_2}{\operatorname{tg} \delta_2 \cdot \sin \beta_2 - \operatorname{tg} \delta_1 \cdot \sin \beta_1} \right]. \quad (5.97)$$

После этого угол δ_0 определится из равенства:

$$\operatorname{tg} \delta_0 = \cos(\beta_0 - \beta_1) \operatorname{tg} \delta_1. \quad (5.98)$$

Большую полуось и эксцентриситет эллиптической траектории определим с помощью угла Θ_i , лежащего в

плоскости траектории и отсчитываемого от линии ОД (рис. 95):

$$\Theta_i = \pi \pm \arctg [\operatorname{tg}(\beta_0 - \beta_i) \sin \delta_0], \quad (5.99)$$

где β_i — одно из измерений азимута цели.

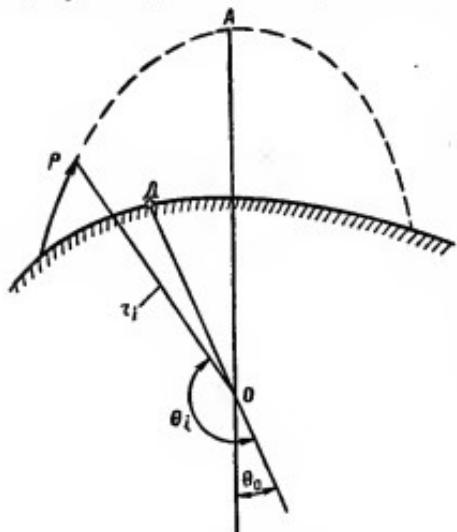


Рис. 95. Определение положения баллистической ракеты в момент времени t_i в плоскости траектории

(рис. 95). Время прохода ракеты через вершину t_0 определяется из кеплеровского уравнения:

$$t_0 = t_i - (u_i - e \cdot \sin u_i) \sqrt{a^3}, \quad (5.101)$$

где

$$u_i = \arcsin \left[\frac{\sqrt{1-e^2} \cdot \sin (\Theta_i - \Theta_0)}{1 + e \cdot \cos (\Theta_i - \Theta_0)} \right],$$

где Θ_i — значение угла, соответствующего моменту времени замера данных радиолокационной станцией — t_i .

Приведенные формулы построены с учетом теории кеплеровых движений и справедливы для расчета эллиптических участков траектории. Если радиолокационные станции получают информацию о ракетах, движущихся в воздухе, например на активном участке траектории, то методы расчета и расчетные формулы должны

Знак минус относится к направлению полета, показанному на чертеже (рис. 95), а знак плюс — к полету в обратном направлении. На основании измеряемых величин может быть подсчитано также произведение $r^2\dot{\theta}$, скорость ракеты v_0 и большая полуось эллипса

$$a = \frac{P}{1 - e^2}. \quad (5.100)$$

Траектория ракеты относительно поверхности Земли может быть ориентирована с помощью угла Θ_0 , определяющего положение вершины траектории

быть иными. Кроме того, конечные методы расчета в чистом виде не могут применяться, так как радиолокационные станции получают информацию о движущейся цели с различного рода помехами. В то же время диапазон работы радиолокационных станций таков, что они могут давать большую информацию в течение некоторого времени. Это позволяет, кроме зависимостей теории полета, использовать методы математической статистики, что увеличивает надежность расчетов. Для получения своевременной информации на командных пунктах противоракетной обороны и на площадках запуска антиракет счетно-решающие машины, действующие в комплексе с радиолокационными станциями, должны быть особо быстродействующими.

ГЛАВА VI

СТАБИЛИЗАЦИЯ РАКЕТ НА ПОЛЕТЕ И ОШИБКИ СТРЕЛЬБЫ

Трудно переоценить значение проблемы стабилизации летательных аппаратов. Если летательные аппараты (ракета, самолет) не устойчивы на полете, то, очевидно, нельзя будет ожидать, что они правильно полетят по заданному направлению. Обеспечение стабилизации на полете является частью общей проблемы устойчивости движения. Задача об устойчивости движения впервые была решена известными русскими учеными: Н. Е. Жуковским в его работе «О прочности движения», написанной в 1882 г., и А. М. Ляпуновым в работе «Общая задача об устойчивости движения», опубликованной в 1892 г. В настоящее время теория устойчивости движения значительно усовершенствована. В то же время сложность математического аппарата классической теории устойчивости и недостаточность исходной информации о вновь проектируемом объекте часто заставляют искать менее строгие, но достаточно надежные пути расчета летательных аппаратов на устойчивость движения. В настоящей главе будут изложены некоторые примеры подобных расчетов.

В зависимости от назначения ракеты (летательного аппарата) выбирается способ стабилизации ее на полете. Стабилизация неуправляемых ракет возможна или оперением, или вращением. У управляемых ракет стабилизация достигается за счет правильного выбора аэродинамической формы ракеты и работы органов управления полетом. Для обеспечения устойчивого полета и соблюдения необходимых характеристик движения ракета снабжается приборами стабилизации полета.

§ 1. ПОНЯТИЕ ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ПОЛЕТА

Исследование любого летательного аппарата, в том числе и ракеты, на устойчивость движения проводится двумя путями. Во-первых, можно составить и решить полную систему дифференциальных уравнений, описывающую полет с учетом действия всех сил, в том числе и возмущающих, которые могут вызвать неправильный полет летательного аппарата. После решения системы уравнений по характеристикам движения судят о правильности полета. Этот путь хотя и является теоретически строгим, однако не всегда используется на практике из-за невозможности иметь исчерпывающие данные о всех возмущающих факторах, например действии порывов ветра, эксцентризите силы тяги и др. Во-вторых, исследование на устойчивость движения можно проводить, не рассматривая действие возмущающих факторов и не решая полной системы дифференциальных уравнений движения. Составив дифференциальные уравнения отклонений элементов траектории от расчетных и проведя анализ этих уравнений, можно судить об устойчивости полета летательного аппарата.

В теории исследования устойчивости летательных аппаратов большое распространение получил метод малых возмущений. В этом методе отклонения параметров возмущенного движения от невозмущенного принимаются настолько малыми, что в уравнениях возмущенного движения эти параметры можно считать в виде сумм, содержащих отклонения параметра только в первой степени. Например, скорость, угол атаки и угол тангла в возмущенном движении могут быть представлены так:

$$\left. \begin{array}{l} v = v_* + \Delta v; \\ \alpha = \alpha_* + \Delta \alpha; \\ \theta = \theta_* + \Delta \theta, \end{array} \right\} \quad (6.1)$$

где v_* , α_* и θ_* — скорость, угол атаки и угол тангла в невозмущенном движении, характеристики которого определены без учета действия возмущающих факторов, а Δv , $\Delta \alpha$ и $\Delta \theta$ — отклонения элементов траектории после возмущения.

Таким образом, сами возмущающие силы и эффект от их действия не рассматриваются. Рассматриваются

только изменения характеристик движения уже после действия возмущающих сил в предположении, что эти изменения малы. Метод малых возмущений позволяет уравнения возмущенного движения ракеты свести к линейным дифференциальным уравнениям, решаемым относительно просто.

Многочисленные исследования показали, что для симметричных летательных аппаратов, к которым относится большинство ракет, можно рассматривать отдельно продольную и боковую устойчивости. Это значительно упрощает расчеты.

Рассмотрим более простой случай исследования устойчивости движения самолета-снаряда при прямодлинном полете, когда с изменением массы снаряда и плотности воздуха ρ можно не считаться. Примем уже используемые нами ранее упрощения системы (5.12). Будем считать, что вектор силы тяги совпадает с продольной осью ракеты, т. е. $\xi=0$, и включим X_p и Y_p соответственно в лобовое сопротивление и подъемную силу. Тогда из формул (5.12) и (5.13) получим:

$$\left. \begin{aligned} m \cdot \frac{dv}{dt} &= P \cdot \cos \alpha - X - q \cdot \sin \Theta; \\ mv \cdot \frac{d\Theta}{dt} &= P \cdot \sin \alpha + Y - q \cdot \cos \Theta; \\ I_z \cdot \frac{d^2\Theta}{dt^2} &= M_z \end{aligned} \right\} \quad (6.2)$$

Для линеаризации члены, входящие в правые части уравнений движения, раскладываются в ряд Тейлора. Напомним математические основы разложения в ряд Тейлора, предполагая, что в дальнейшем мы будем использовать только первые члены разложения. Для простоты также возьмем зависимость каждого из членов системы (6.2) только от двух аргументов. Подобные упрощения, не искажая существа вопроса, позволяют значительно сократить написание формул. С учетом сказанного формула разложения может быть написана так:

$$f(x + \Delta x, y + \Delta y) = f(x, y) + \left[\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \cdot \Delta x + \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \cdot \Delta y \right], \quad (6.3)$$

где $f(x, y)$ — значение функций при неизменных значениях аргументов.

Слагаемые, заключенные в квадратные скобки, есть частные дифференциалы рассматриваемой функции. Из написанного видно, что приращение функции при изменении аргументов на Δx и Δy будет равно

$$\Delta f(x, y) = f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y). \quad (6.4)$$

Пусть аэродинамические составляющие, как ранее условились, будут зависеть только от двух величин: скорости полета v и угла атаки α :

$$X = f_1(v, \alpha);$$

$$Y = f_2(v, \alpha);$$

$$M_z = f_3(v, \alpha).$$

Разлагая последние зависимости в ряд по формуле (6.3), получим:

$$\left. \begin{aligned} X &= f_1(v_*, \alpha_*) + \left(\frac{\partial X}{\partial v} \right)_* \Delta v + \left(\frac{\partial X}{\partial \alpha} \right)_* \Delta \alpha; \\ Y &= f_2(v_*, \alpha_*) + \left(\frac{\partial Y}{\partial v} \right)_* \Delta v + \left(\frac{\partial Y}{\partial \alpha} \right)_* \Delta \alpha; \\ M_z &= f_3(v_*, \alpha_*) + \left(\frac{\partial M_z}{\partial v} \right)_* \Delta v + \left(\frac{\partial M_z}{\partial \alpha} \right)_* \Delta \alpha. \end{aligned} \right| \quad (6.5)$$

Знакок * показывает, что данная величина относится к невозмущенному движению в момент, соответствующий началу возмущения.

Вводя общепринятые обозначения, перепишем формулу (6.5) в таком виде:

$$X = X_* + X^v \Delta v + X^\alpha \Delta \alpha;$$

$$Y = Y_* + Y^v \Delta v + Y^\alpha \Delta \alpha;$$

$$M_z = M_{z_*} + M_z^v \Delta v + M_z^\alpha \Delta \alpha.$$

Подобным образом разложим члены, содержащие силу тяги P :

$$(P \cdot \sin \alpha) = P_* \cdot \sin \alpha_* + P^v \Delta v \cdot \sin \alpha_* + P_* \cdot \cos \alpha_* \Delta \alpha;$$

$$(P \cdot \cos \alpha) = P_* \cdot \cos \alpha_* + P^v \Delta v \cdot \cos \alpha_* - P_* \cdot \sin \alpha_* \Delta \alpha.$$

Считая вес ракеты q на участке возмущения постоянным, получим по формуле разложения:

$$(q \cdot \sin \Theta) = q \cdot \sin \Theta_* + q \cdot \cos \Theta_* \Delta \Theta;$$

$$(q \cdot \cos \Theta) = q \cdot \cos \Theta_* - q \cdot \sin \Theta_* \Delta \Theta.$$

Линеаризуем первое уравнение системы (6.2), предварительно заменив в левой части уравнения

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d(v_* + \Delta v)}{dt} = \frac{d\Delta v}{dt}.$$

Используя результаты разложения в ряд, получим

$$m \cdot \frac{d\Delta v}{dt} = P_* \cdot \cos \alpha_* + P^v \Delta v \cdot \cos \alpha_* - P_* \sin \alpha_* \Delta \alpha - X_* - X^v \Delta v - X^a \Delta \alpha - q \cdot \sin \Theta_* - q \cdot \cos \Theta_* \Delta \theta.$$

Проведя соответствующие подстановки, получим для второго уравнения

$$m(v_0 + \Delta v) \frac{d\Delta \theta}{dt} = P_* \cdot \sin \alpha_* + P^v \Delta v \cdot \sin \alpha_* + P_* \cos \alpha_* \Delta \alpha + Y_* + Y^v \Delta v + Y^a \Delta \alpha - q \cdot \cos \Theta_* + q \cdot \sin \Theta_* \Delta \theta.$$

Линеаризация третьего уравнения очевидна.

Исходя из геометрических соображений, заменим

$$\Delta \theta = \Delta \theta - \Delta \alpha.$$

Из-за малости углов α примем $\sin \alpha_* \approx \alpha$ и $\cos \alpha_* \approx 1$. Опустим во втором уравнении член $m\Delta v \cdot \frac{d\Delta \theta}{dt}$, имеющий второй порядок малости, и используем равенства, которые можно получить из системы (6.2) для невозмущенного движения:

$$P_* \cdot \cos \alpha_* - X_* - q \cdot \sin \Theta_* = 0$$

$$P_* \cdot \sin \alpha_* + Y_* - q \cdot \cos \Theta_* = 0.$$

В результате преобразований получим систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d\Delta v}{dt} &= (P^v - X^v) \Delta v - (P_* \alpha_* + X^a - q \cdot \cos \Theta_*) \Delta \alpha - q \cdot \cos \Theta_* \Delta \theta; \\ mv_* \left(\frac{d\Delta \theta}{dt} - \frac{d\Delta \alpha}{dt} \right) &= (P^v_* \alpha_* + Y^v) \Delta v + (Y^a + P_* - q \cdot \sin \Theta_*) \Delta \alpha + q \cdot \sin \Theta_* \Delta \theta; \\ J_z \frac{d^2 \Delta \theta}{dt^2} &= M_z^a \Delta v + M_z^a \Delta \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (6.6)$$

Эта система состоит из линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Способ интегрирования таких уравнений, приведенных к безразмерному виду, хорошо известен. Общее решение системы уравнений является суммой частных решений вида $x = ke^{\lambda_1 t}$

$$\left. \begin{aligned} \Delta v &= A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t} + A_3 e^{\lambda_3 t} + A_4 e^{\lambda_4 t}; \\ \Delta \alpha &= B_1 e^{\lambda_1 t} + B_2 e^{\lambda_2 t} + B_3 e^{\lambda_3 t} + B_4 e^{\lambda_4 t}; \\ \Delta \theta &= C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + C_3 e^{\lambda_3 t} + C_4 e^{\lambda_4 t}, \end{aligned} \right\} \quad (6.7)$$

где $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ и λ_4 — корни характеристического уравнения четвертой степени

$$\lambda^4 + a_1 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_3 \lambda + a_4 = 0. \quad (6.8)$$

Это уравнение составляется при решении системы дифференциальных уравнений (6.6).

Коэффициенты общего решения A_i, B_i, C_i и коэффициенты характеристического уравнения a_i , являющиеся действительными величинами, определяются исходя из коэффициентов основной системы (6.6) и начальных условий для каждого конкретного случая в отдельности.

Корни характеристического уравнения (6.8) могут быть действительными или комплексными сопряженными, поэтому для общего суждения о характеристиках движения летательного аппарата после возмущения необходимо более подробный анализ уравнений (6.6). Проведенные исследования показали, что возможны три вида корней характеристического уравнения (6.8), которым соответствуют три типа возмущенного движения.

Если все четыре корня характеристического уравнения вещественны, то решение уравнения (6.6) будет подобно решению уравнения (6.7). При этом изменение каждого из элементов траекторий будет определяться как результирующая четырех апериодических функций. Если два корня из четырех будут вещественными, а два — комплексными сопряженными типа $\lambda = \xi \pm i\nu$, то решение уравнения (6.6), написанное нами в целях сокращения только для изменения угла тангажа, будет иметь вид

$$\Delta \theta = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + F e^{\xi t} \cdot \sin(\nu t + \gamma_0). \quad (6.9)$$

В этом случае изменение каждого из элементов будет определяться суммированием функций, характеризующих процесс колебания, с двумя функциями, характеризующими апериодическое движение. Если корни характеристического уравнения являются двумя парами комплексных корней, то решение уравнения (6.6) будет иметь вид

$$\Delta\theta = C_1 e^{at} \cdot \sin(\beta t + \psi_s) + F_1 e^{\mu t} \cdot \sin(\nu t + \gamma_s). \quad (6.10)$$

В этом случае изменение каждого из элементов будет определяться двумя функциями, характеризующими процесс колебаний.

С изменением величин приращений $\Delta\theta$, Δv , $\Delta\alpha$ и других связано понятие об устойчивости движения летательного аппарата. Если приращения возрастают во времени, то движение будет неустойчивым, если приращение не меняется со временем, то такой летательный аппарат принято называть нейтральным. Если приращения, уменьшаясь, стремятся к нулю, то такой аппарат принято называть устойчивым.

Устойчивость движения определяется характером показательной функции $e^{\lambda t}$. Если при $t \rightarrow \infty$ $\lambda > 0$, то значение функции неограниченно возрастает и движение неустойчиво. Для обеспечения устойчивости необходимо иметь при $t \rightarrow \infty$ значение $\lambda < 0$. Тогда показательная функция будет стремиться к нулю и движение будет устойчивым. Условие продольной устойчивости прямолинейного установившегося движения летательного аппарата, выработанное с учетом возможных типов корней характеристического уравнения, обычно формулируется следующим образом: для обеспечения продольной устойчивости необходимо и достаточно, чтобы действительные корни и действительные части комплексных корней характеристического уравнения (6.8) были отрицательными.

Качественный ответ на вопрос об устойчивости летательного аппарата можно получить и не определяя корней характеристического уравнения (6.8). Для получения отрицательных значений действительных корней и действительных частей комплексных корней необходимо и достаточно выполнить условия:

$$a_1 > 0; \quad a_2 > 0; \quad a_3 > 0; \quad a_4 > 0;$$

$$a_1 a_2 a_3 - a_1^2 a_4 - a_3^2 > 0.$$

При соблюдении этого условия движение будет устойчивым.

Напомним, что рассматривается простой случай постоянных v и ρ . Если $v \neq \text{const}$ и $\rho \neq \text{const}$, то проверять устойчивость движения надо для различных точек траектории. Особенно сложно решается вопрос для ракет, предназначенных для борьбы с зенитными высокоскоростными маневрирующими целями. Если заранее известна возможность хотя бы кратковременного действия больших возмущающих сил и моментов, то проверка по методу малых возмущений не дает полной уверенности в устойчивости летательного аппарата. В этом случае необходимо составить и решить дифференциальные уравнения движения с учетом возмущающих факторов. Простой пример подобного подхода приведен в следующем параграфе.

§ 2. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ МОДЕЛИРУЮЩИХ МАШИН ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕОРИИ ПОЛЕТА

Электронные моделирующие машины воспроизводят непрерывно в электрических напряжениях физический процесс, интересующий исследователя. Эта аналогия достигается тем, что процесс, происходящий в электрической схеме, набранной на машине, описывается теми же дифференциальными уравнениями, что и рассматриваемый. Изменение различных электрических величин, в том числе и напряжений, легко записать и получить в виде графиков. Расшифровка графиков с применением соответствующих масштабов позволяет иметь не только качественную картину явления, но и численные значения различных характеристик процесса.

Рассмотрим особенности отдельных основных элементов моделирующих машин. Операции суммирования, интегрирования, инвертирования напряжения (перемены знака) и дифференцирования осуществляются машиной с помощью электронных усилителей постоянного тока. Кроме того, машина содержит множительные, функциональные и регистрирующие элементы. Для решения той или иной задачи на электронной модели надо сначала составить структурную схему, состоящую из отдельных звеньев. Для этого важно знать назначение каждого из элементов и его характеристики.

Рассмотрим схему работы усилителя постоянного тока в качестве суммирующего элемента напряжений. Обычно применяемый трехкаскадный усилитель дает на выходе напряжение, пропорциональное входному с обратным знаком:

$$y = -kx,$$

где x и y — входное и выходное напряжения, а k — коэффициент усиления, равный приблизительно 10^5 — 10^6 .

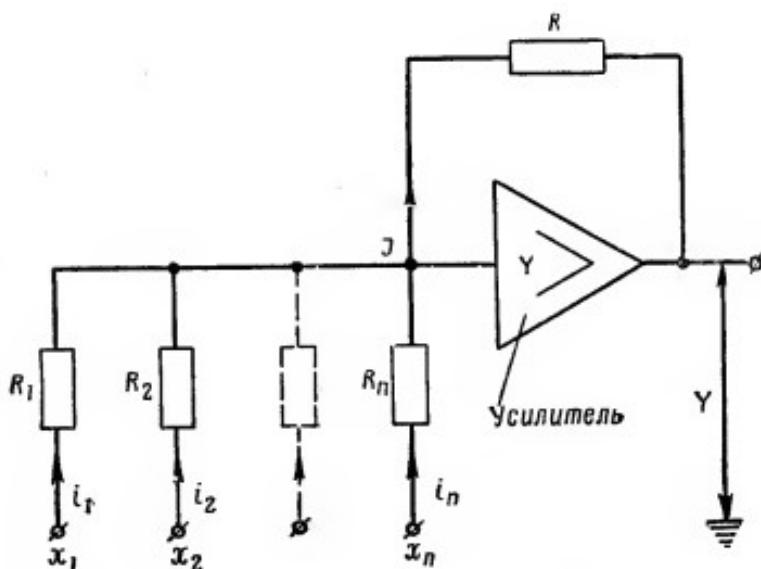


Рис. 96. Схема суммирующего звена электронной модели

Включение усилителя в цепь машины по схеме, показанной на рис. 96, дает суммирующее звено. При составлении уравнения суммирующего звена предполагается, что усилитель почти не потребляет мощности на входе и что через сопротивление обратной связи R проходит полный ток $I \cong y : R$, где y — выходное напряжение суммирующего звена.

Не задаваясь целью определить точность суммирующего звена и учитя знак выходного напряжения, можно,

пользуясь правилом сложения сил токов при параллельном включении, написать

$$I = - \sum_1^n i_b,$$

где i_b — сила тока на входах в суммирующее звено.

Пользуясь законом Ома, получим напряжение на выходе из суммирующего звена

$$y \cong -R \sum_1^n \cdot \frac{x_i}{R_i}, \quad (6.11)$$

где x_i и R_i — соответственно напряжения и сопротивления на входах в суммирующее звено.

В случае равенства всех сопротивлений $R_1=R_2=\dots=R_n=R$ получим

$$y \cong - \sum_1^n x_i,$$

а при равенстве сопротивлений и входных напряжений получим на выходе произведение напряжения входа на постоянную величину

$$y \cong -nx, \quad (6.12)$$

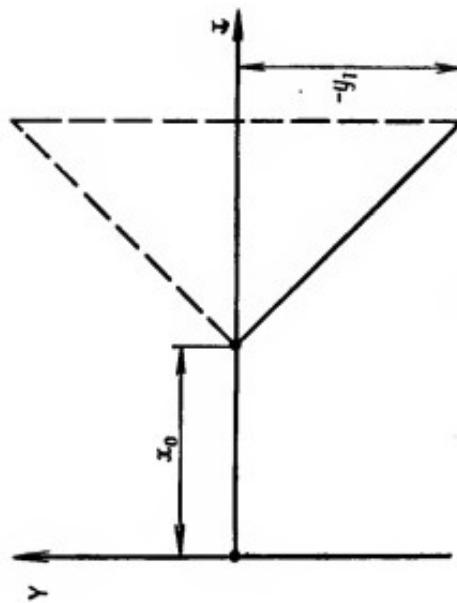
где x — входное напряжение, а n — число входов. Если применить формулу (6.11) к схеме с одним входом, имеющим входное сопротивление R_1 и напряжение x_1 , то выходное напряжение

$$y \cong -\frac{R}{R_1} \cdot x_1. \quad (6.13)$$

Эта формула приближенно описывает результат,ываемый схемой масштабного звена.

Задать нелинейные функции в моделирующих машинах можно двумя способами. Для какой-либо одной типовой зависимости, например $y = \sin x$, применяют специальные преобразователи; функции произвольного вида осуществляются с помощью нелинейных преобразователей, собираемых из отдельных ячеек, состоящих из сопряжения диодных элементов с суммирующим усилителем.

b



a

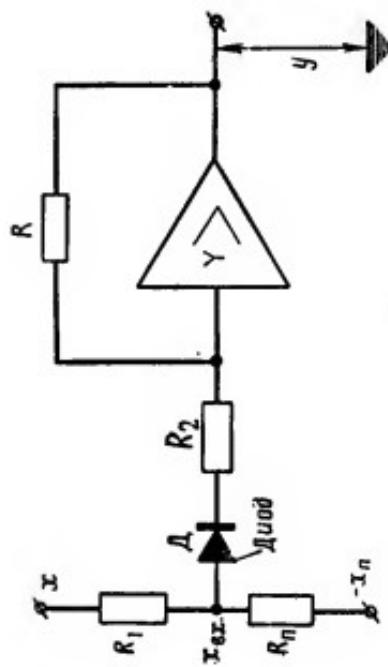


Рис. 97. Днодный элемент электронной модели:
a — схема элемента с днодом; *b* — график напряжения днодного элемента

Величина напряжения, при котором ток пойдет через диод, устанавливается потенциометром исходя из формулы

$$x_0 = -x_n \cdot \frac{R}{R_n}, \quad (6.14)$$

где R_n и x_n — сопротивление и опорное напряжение (рис. 97, а). При повышении напряжения x на входе до $x=x_0$ выходное напряжение y остается равным нулю, так как диод не пропускает сигнал на вход усилителя (рис. 97, б). Когда x станет больше x_0 , напряжение на входе в усилитель $x_{\text{вх}}$ будет положительным, диод начнет пропускать сигнал и напряжение на выходе из усилителя будет расти пропорционально $x - x_0$ (см. наклонную прямую на графике рис. 97, б). В это время выходное напряжение будет определяться формулой

$$y = -(x - x_0) \frac{RR_n}{R_1R_2 + R_2R_n + R_1R_n}. \quad (6.15)$$

Угол наклона прямой будет определяться величиной сопротивлений. Сочетание нескольких схем, подобных описанной, позволяет с некоторым приближением воспроизвести в напряжениях функцию произвольного вида, заданную таблицей, содержащей абсциссы и ординаты точек, лежащих на аппроксимируемой кривой.

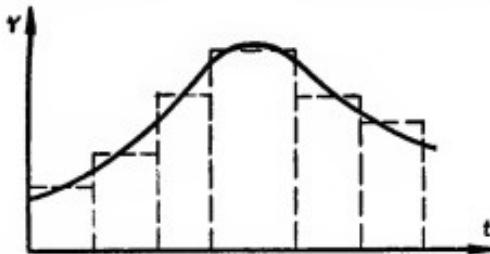


Рис. 98. Ступенчатая аппроксимация функции, зависящей от времени

В отечественных машинах типа ИПТ и МПТ применяются блоки переменных коэффициентов, реализующие ступенчатую аппроксимацию функций, зависящих от времени (рис. 98).

Интегрирование функций осуществляется с помощью интегрирующего звена, состоящего из усилителя, в об-

ратную связь которого включен конденсатор (рис. 99). Считая, как и раньше, коэффициент усиления усилителя бесконечно большим и предполагая, что усилитель

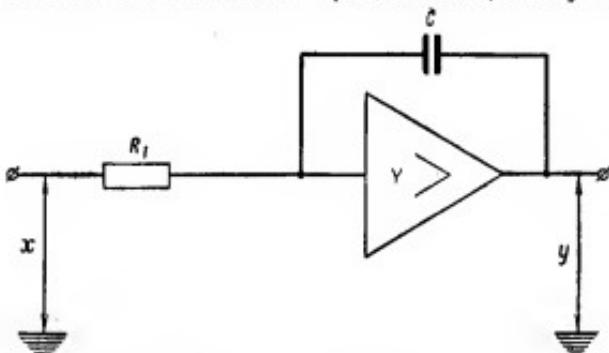


Рис. 99. Схема интегрирующего звена

не потребляет на входе мощности, можно написать, что зарядный ток конденсатора равен:

$$i = \frac{x}{R_1}. \quad (6.16)$$

Напряжение на зажимах конденсатора будет расти со скоростью:

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{i}{C},$$

где C — емкость конденсатора.

Заменив i из формулы (6.16), получим основную формулу интегрирующего звена:

$$y_t = -\frac{1}{CR_1} \int_0^t x dt, \quad (6.17)$$

где $\frac{1}{CR_1}$ — постоянный множитель перед интегралом.
При $CR_1 = 1$

$$y_t = - \int_0^t x dt.$$

Каждая моделирующая машина состоит из целого ряда описанных нами основных элементов и других сложных вспомогательных устройств.

Решение задачи о пространственном движении управляемой ракеты в полной постановке (с возможно меньшим числом допущений) на моделирующих машинах представляет собой довольно сложную задачу. В ряде случаев нельзя решить и плоской задачи в пределах допущений, обычно применяемых при численном интегрировании. Это объясняется тем, что аэродинамические силы и моменты нелинейно зависят от многих переменных — α , β , v и др. (см. третью главу). Известные из математической теории электронных моделей методы, позволяющие решать задачи с функциями многих переменных, также очень трудны при практическом исполнении. Поэтому решение сложных задач теории полета более целесообразно на цифровых электронных машинах. На моделях же решаются задачи с дополнительными допущениями, определяемыми особенностями конкретной модели, намечаемой к использованию.

Учитывая сказанное, рассмотрим движение ракеты относительно центра масс только в одной вертикальной плоскости на пассивном участке траектории. Характеристики движения центра массы считаем известными и определенными каким-либо другим методом, например методом численного интегрирования.

Пусть центр массы движется прямолинейно с небольшим изменением высоты так, что массовую плотность воздуха можно принять постоянной, а угол наклона траектории к горизонту (Θ) — равным нулю.

Воспользуемся формулой (5.13), приняв в ней $M_p = 0$, так как мы рассматриваем полет неуправляемой ракеты, и заменим M_a на $M_{ct} + M_d$. Тогда уравнение вращательного движения ракеты относительно центра масс можно написать так:

$$J_z \ddot{\theta} = M_b - M_{ct} - M_d, \quad (6.18)$$

где, кроме известных стабилизирующего момента (M_{ct}) и демпфирующего момента (M_d), введен еще момент возмущающих сил (M_b). Действие этого момента примем в течение небольшого промежутка времени. При движении ракеты подобный момент всегда может быть следствием какой-либо кратковременно действующей причины, например порыва ветра или изменения эксцентриситета силы тяги при переходе со стартового двигателя

теля на маршевый и др. Используя формулу (3.16) для $M_z = M_{\text{ст}}$ и выражение (3.11), напишем:

$$M_{\text{ст}} \approx S \cdot \frac{\rho v^2}{2} \cdot l \cdot |m_z^a| \alpha;$$

$$M_{\text{д}} = S \rho v l^2 \cdot |m_{\text{д}}| \dot{\alpha}.$$

Обозначим:

$$a_1 = \frac{S \rho l \cdot |m_{\text{д}}|}{J_z} \left| \frac{1}{m} \right|; \quad a_2 = \frac{S \rho l \cdot |m_z^a|}{2 J_z} \left| \frac{1}{m^2} \right|;$$

$$a_3 = \frac{M_{\text{д}}}{J_z} \left| \frac{1}{c \kappa^2} \right|;$$

$$\dot{f}_1(t) = v;$$

$$f_2(t) = v^2.$$

Так как в нашем случае $\Theta = 0$, то $\dot{\theta} = \alpha$ и $\ddot{\theta} = \dot{\alpha}$. Раскроем значения моментов, входящих в правую часть уравнения (6.18), и введем принятые обозначения:

$$\ddot{\theta} + a_1 f_1(t) \dot{\theta} + a_2 f_2(t) \theta = a_3.$$

В результате получим линейное дифференциальное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами и постоянной правой частью, описывающее процесс колебаний. Оно не может быть решено в нашем случае через элементарные функции, но может быть решено на моделирующей машине.

Для решения уравнения воспользуемся методом понижения порядка производной, для чего заменим получившееся уравнение второго порядка эквивалентной системой из двух уравнений первого порядка, имея в виду, что $\dot{\theta} = \omega_z$, где ω_z — угловая скорость плоских колебаний продольной оси ракеты относительно центра масс:

$$\begin{aligned} \ddot{\omega}_z + a_1 f_1(t) \omega_z + a_2 f_2(t) \theta &= a_3; \\ \dot{\theta} &= \omega_z. \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (6.19)$$

Исходя из принципа работы моделирующей установки, дифференциальные уравнения, описывающие электрический процесс, происходящий в ней при моделировании, должны быть такими же, как и дифференциаль-

ные уравнения, описывающие реальный процесс. В нашем случае система дифференциальных уравнений, описывающая процесс, реализуемый электронной моделью, должна иметь такой вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dU_{\omega_z}}{d\tau} + \kappa_1 U_{f_1(t)} U_{\omega_z} + \kappa_2 U_{f_2(t)} U_\theta &= \kappa_3; \\ \frac{dU_\theta}{d\tau} &= \kappa_4 U_{\omega_z} \end{aligned} \right\} \quad (6.20)$$

где U_{ω_z} , $U_{f_1(t)}$, $U_{f_2(t)}$, U_θ — величины электрических напряжений, характеризующие в соответствующем масштабе значения ω_z , $f_1(t)$, $f_2(t)$, θ . Коэффициенты, учитывающие соотношения масштабов, обозначены κ_1 , κ_2 , κ_3 , κ_4 .

Представим электрические напряжения через действительные величины и соответствующий масштаб:

$$\begin{aligned} U_{\omega_z} &= \mu_{\omega_z} \omega_z; \\ U_{f_1(t)} &= \mu_{f_1(t)} f_1(t); \\ U_{f_2(t)} &= \mu_{f_2(t)} f_2(t); \\ U_\theta &= \mu_\theta \theta; \\ \tau &= \mu_t t, \end{aligned}$$

где $\mu_{\omega_z} \left| \frac{\text{сек}}{1} \right.$; $\mu_{f_1(t)} \left| \frac{\text{сек}}{м} \right.$; $\mu_{f_2(t)} \left| \frac{\text{сек}^2}{м^2} \right.$;

$\mu_\theta \left| \frac{\theta}{1} \right.$ — соответствующие масштабы по напряжениям;
 $\mu_t \left| \frac{\theta}{\text{сек}} \right.$ — масштаб времени при переходе от действительного процесса к моделированию.

Написанные переходные формулы введем в систему уравнений и разделим первое уравнение на $\frac{\omega_z}{\mu_t}$, а второе на $\frac{\mu_\theta}{\mu_t}$:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\omega_z}{dt} + \kappa_1 \mu_{f_1(t)} \mu_t f_1(t) \omega_z + \\ + \frac{\kappa_2 \mu_{f_2(t)} \mu_\theta \mu_t f_2(t) \theta}{\mu_{\omega_z}} &= \kappa_3 \frac{\mu_t}{\mu_{\omega_z}}; \\ \frac{d\theta}{dt} &= \kappa_4 \cdot \frac{\mu_{\omega_z} \mu_t}{\mu_\theta} \cdot \omega_z. \end{aligned} \right\} \quad (6.21)$$

Чтобы уравнение (6.21) было таким же, как и уравнение (6.19), необходимо вычислить коэффициенты через выбранные масштабы. Надо обеспечить равенства:

$$\kappa_1 = \frac{a_1}{\mu_{f_1(t)} \mu_I} \left| \frac{1}{\delta^2} \right|; \quad \kappa_2 = \frac{a_2 \mu_{\omega_z}}{\mu_{f_2(t)} \mu_\theta \mu_I} \left| \frac{1}{\delta^2} \right|;$$

$$\kappa_3 = \frac{a_3 \mu_{\omega_z}}{\mu_I} |1|; \quad \kappa_4 = \frac{\mu_\theta}{\mu_{\omega_z} \mu_I} \left| \frac{1}{\delta} \right|.$$

Численные значения масштабов выбираются исходя из особенностей машины так, чтобы рабочие напряжения на выходе усилителей не превышали ± 100 в. Проведем умножения и дополнительно обозначим

$$U_{f_{11}(t)} = \kappa_1 U_{f_1(t)}; \quad U_{f_{12}(t)} = \kappa_2 U_{f_2(t)}.$$

После замены в формуле (6.20) бесконечно малых величин малыми конечными получим систему уравнений, непосредственно набираемую на машине:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta U_{\omega_z}}{\Delta t} + U_{f_{11}(t)} U_{\omega_z} + U_{f_{12}(t)} U_\theta &= \kappa_3; \\ \frac{\Delta U_\theta}{\Delta t} &= \kappa_4 U_{\omega_z}. \end{aligned} \right\} \quad (6.22)$$

Система уравнений очень проста и может быть решена на какой-либо малой моделирующей машине.

Опишем пример решения на распространенной отечественной малой универсальной модели МН-7.

Модель МН-7 предназначается для исследования нелинейных систем до шестого порядка. Она состоит из блока питания, решающего блока и электронного осциллографа. Блок питания обеспечивает питание модели. Решающий блок с наборным полем служит для набора задачи, введения начальных условий и постоянных коэффициентов, контроля усилителей, повторения и регистрации решения.

Электронно-лучевой осциллограф служит для визуального наблюдения характера исследуемого процесса. Для регистрации процесса к электронному осциллографу необходима специальная фотоприставка. Возможна запись процесса и на шлейфном осциллографе. Максимальная длительность изучаемого процесса

200 сек. Наглядная структурная схема, набранная для решения описанной задачи, приведена на рис. 100. Независимой переменной при решении является время,

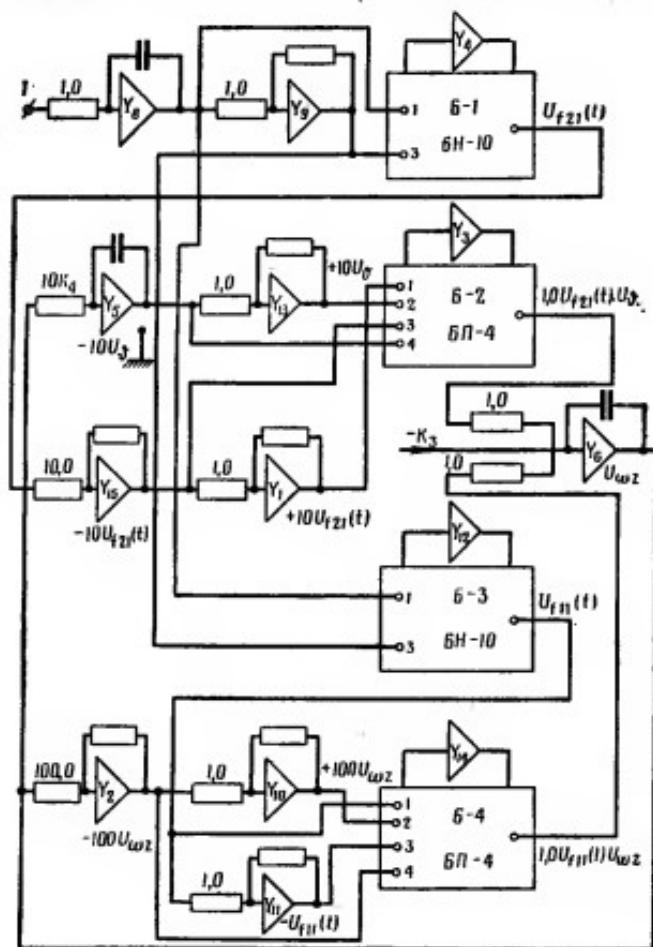


Рис. 100. Структурная схема модели МН-7, составленная для решения задачи о колебаниях продольной оси ракеты

поэтому усилитель 8 обеспечивает линейную зависимость между его выходным напряжением и временем. Желательно заранее хотя бы ориентировочно знать продолжительность ожидаемого процесса для выбора

продолжительности времени моделирования. Полное напряжение на выходе из усилителя 8 в конце процесса не должно превышать 100 в. Пусть, например, продолжительность процесса 1 сек, а $\mu_t = 100$ в/сек, тогда 0,01 сек реального процесса будет соответствовать напряжение в 1 в, 0,02 сек — 2 в и т. д. Через 1 сек напряжение будет равно 100 в. За усилителем 8 напряжение инвертируется усилителем 9 и подается на блоки нелинейностей Б-1 и Б-3, обеспечивая получение функций $U_{f_{11}(t)}$ и $U_{f_{21}(t)}$. Блоки перемножения Б-2 и Б-4 выдают произведения $U_{f_{21}(t)} U_\theta$ и $U_{f_{11}(t)} U_{\omega_z}$. При этом надо помнить, что конструкция блока перемножения такова, что при подаче на его вход двух сомножителей на выходе получаем произведение в сто раз меньшее. Для получения полной величины произведения необходимо увеличивать сомножители так, чтобы произведение из коэффициентов увеличения равнялось 100. На схеме (рис. 100) на блок Б-2 подаются напряжения $10U_\theta$ и $10U_{f_{21}(t)}$, а на блок Б-4 — напряжения $100U_{\omega_z}$ и $U_{f_{11}(t)}$. С блоков перемножения произведения $U_{f_{21}(t)} U_\theta$ и $U_{f_{11}(t)} U_{\omega_z}$ передаются на интегрирующий усилитель Y_6 . Сюда же через реле времени подается напряжение, соответствующее возмущающему моменту и определяемое правой частью уравнения (6.22), т. е. величиной κ_3 . Реле времени работает в программном режиме в зависимости от характера действия момента.

Напряжение U_{ω_z} с выхода усилителя Y_6 подается по двум направлениям: на блок перемножения Б-4 для получения произведения $U_{f_{11}(t)} U_{\omega_z}$ и на интегрирующий усилитель Y_5 , выходное напряжение которого равно $-10U_\theta$. В дальнейшем напряжение $-10U_\theta$ после инвертирования подается в качестве сомножителя на блок перемножения Б-2.

Величина снимаемого с усилителя Y_5 напряжения, соответствующего выраженному в масштабе значению θ , записывается либо с помощью электронного осциллографа и фотопринстинки, либо с помощью шлейфного осциллографа.

На рис. 101 показан пример записи $U_\theta = f(t)$. В при-

мере напряжение, соответствующее возмущающему моменту и определяемое величиной κ_3 , было выключено в момент первого максимума кривой $U_\theta = f(t)$. Как видно из рис. 101, по прекращении действия возмущающего момента колебания продольной оси ракеты быстро затухают. Расшифровав запись по масштабу ординат, легко получить изменение угла тангенса по времени

$$\theta(t) = \frac{\nu U_\theta(t)}{\mu_3},$$

где ν — масштаб осциллографа.

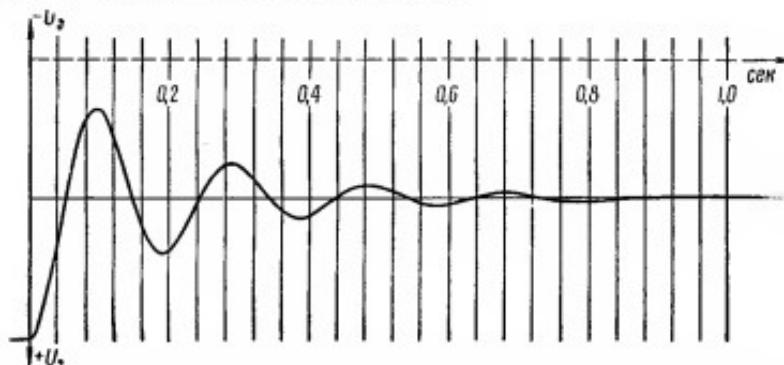


Рис. 101. Пример записи решения по определению угла тангенса на электронной модели

Усилители Y_3 и Y_4 , Y_{12} и Y_{14} обеспечивают работу нелинейных блоков в соответствии с конструкцией самой машины. Остальные усилители, показанные на схеме (рис. 100) и специально не оговоренные, предназначены для инвертирования напряжений.

После расшифровки осциллографа по характеру изменения угла тангенса θ и его наибольшей величине можно судить об устойчивости движения объекта и о правильности установленных при аэrodинамическом проектировании коэффициентов m_z^* и m_d , заложенных при решении на модели в a_1 и a_2 . Решение более сложных задач теории полета, естественно, будет обеспечиваться и более сложными структурными схемами. Применяемые в этом случае модели должны обладать большими возможностями, чем описанная нами простейшая модель.

При моделировании сложных явлений, связанных с полетом управляемых ракет, не всегда удается описать достаточно надежно работу отдельных звеньев управления или работу какого-либо прибора математическими зависимостями, точно отражающими физическую картину явления. В этом случае используется свойство электронных моделей работать в сочетании с реальной аппаратурой, включаемой в общую структурную схему решения задачи на модели.

При использовании электронных моделей необходимо помнить, что решение различного рода задач сопровождается некоторыми погрешностями, иногда довольно значительными. Поэтому, решая какую-либо задачу теории полета, надо оценить точность получаемого решения. Методы оценки погрешностей при реализации различных динамических систем на моделирующих машинах описаны в специальной литературе.

§ 3. СТАБИЛИЗАЦИЯ УПРАВЛЯЕМЫХ РАКЕТ

Для простоты рассмотрим только продольное движение управляемой ракеты класса «земля — земля», снабженной автоматом угловой стабилизации. Ранее мы познакомились с устройством и работой органов управления, которые обеспечивают устойчивый стабилизированный полет ракеты в соответствии с заранее заданной программой движения. Принципиальная схема управления по тангажу показана на рис. 102.

Во время работы программный механизм вырабатывает электрический сигнал, соответствующий программному изменению угла тангажа во времени $\theta_{пр}(t)$. В то же время чувствительный элемент замеряет действительный угол тангажа θ и передает соответствующий сигнал на преобразователь. Сравнение сигналов программного и действительного углов тангажа дает сигнал рассогласования. Усиленный и преобразованный сигнал рассогласования передается на рулевые машинки и органы управления, которые, поворачиваясь, изменяют направление движения ракеты. Угол рассогласования по тангажу может быть приближенно связан с углом поворота управляемых органов с помощью так назы-

ваемого статического коэффициента системы управления κ по формуле

$$\delta = \kappa (\theta - \theta_{\text{пр}}). \quad (6.23)$$

Из формулы (5.13) получим балансировочную зависимость при $\theta=0$:

$$M_z + M_p = 0. \quad (6.24)$$

Используя формулу (4.1), получим приближенно $M_p = Y_{\text{пр}}\delta L$, где L берется по рис. 78.

Подставив значение M_p и M_z из формулы (3.16) в выражение (6.24), найдем следующую зависимость между α и δ :

$$\alpha = - \frac{2Y_{\text{пр}}L\delta}{\rho v^2 S I m_z^\alpha} = - \varepsilon \delta. \quad (6.25)$$

Знак минус показывает, что при повороте управляющих рулей в одну сторону, например по часовой стрелке

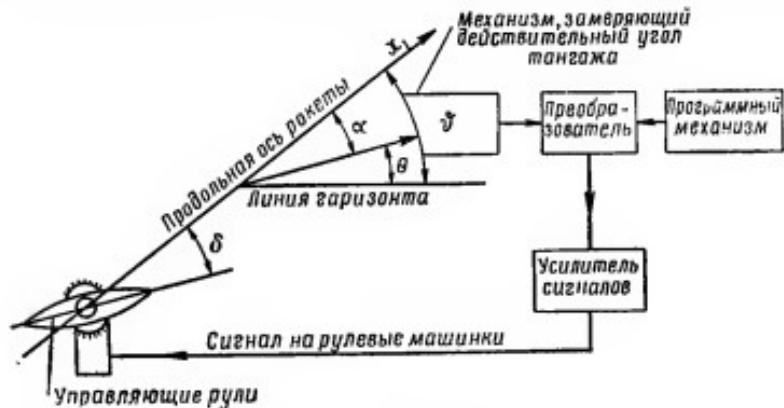


Рис. 102. Принципиальная схема стабилизации управляемой ракеты по углу тангенса

ке, ракета повернется в другую сторону (против часовой стрелки). Сравнивая формулы (6.23) и (6.25), будем иметь

$$\alpha = - \varepsilon \kappa (\theta - \theta_{\text{пр}}).$$

В свою очередь для бескрыльной ракеты угол тангенса легко представить как сумму углов $\theta = \alpha + \Theta$, тогда

$$\alpha = \frac{\varepsilon \kappa (\theta_{\text{пр}} - \Theta)}{1 + \varepsilon \kappa}. \quad (6.26)$$

Для получения системы уравнений, описывающей управляемый полет ракеты со стабилизирующим устройством, вернемся к уравнениям (5.12) и (5.14). Привяжем в выражении (5.12) постоянный угол ξ к нулю и включим X_p в лобовое сопротивление X , а Y_p — в подъемную силу Y . Так как углы атаки малы, примем $\sin \alpha = \alpha$ и $\cos \alpha = 1$. Если в формуле (3.15) для краткости обозначить $Y_0 = S \frac{Pv^2}{2} C_y^\alpha$ и полученное значение $Y = Y_0 \alpha$ подставить в выражение (5.12), то после дополнительных упрощений и преобразований из формул (5.12) и (5.14) будем иметь:

$$\left. \begin{aligned} \dot{v} &= \frac{P - X}{m} - g \cdot \sin \Theta, \\ \dot{\Theta} &= \frac{(P + Y_0) \epsilon k (\theta_{\text{пр}} - \Theta)}{mv(1 + \epsilon k)} - \frac{g \cdot \cos \Theta}{v}; \\ \dot{y} &= v \cdot \sin \Theta; \\ \dot{x} &= v \cdot \cos \Theta; \\ \theta_{\text{пр}}(t) & \end{aligned} \right\} \quad (6.27)$$

Система имеет четыре переменные величины v , Θ , x , y , зависящие от времени t , и может быть решена, если задана программа угла тангажа $\theta_{\text{пр}}(t)$ и зависимость, определяющая изменение массы $m(t)$.

После решения системы можно судить в первом приближении без учета действия возмущающих факторов о правильности полета ракеты. Выбор характеристик приборов управления, обеспечивающих устойчивый полет ракеты, основывается на теории автоматического регулирования.

§ 4. УСЛОВИЯ УСТОЙЧИВОГО ПОЛЕТА ТУРБОРЕАКТИВНЫХ СНАРЯДОВ

Известно, что быстровращающееся тело, например волчок, сопротивляется воздействию внешних сил. Если легко толкнуть врачающийся волчок, то он не опрокинется, а ось его, стремясь занять прежнее (до толчка) положение, начнет колебаться.

При движении быстровращающегося снаряда аэродинамический опрокидывающий момент стремится его опрокинуть. Но снаряд, как волчок, сопротивляясь, дви-

жется устойчиво, не опрокидываясь. Разумеется, угловая скорость вращательного движения такого снаряда должна быть соответствующим образом рассчитана.

Реактивные снаряды вращаются за счет истечения газа из косорасположенных сопел (рис. 103). Сила тяги P , образующаяся при работе каждого сопла, может быть разложена на две составляющие: P_0 — действует вдоль продольной оси снаряда; P_k — ей перпендику-

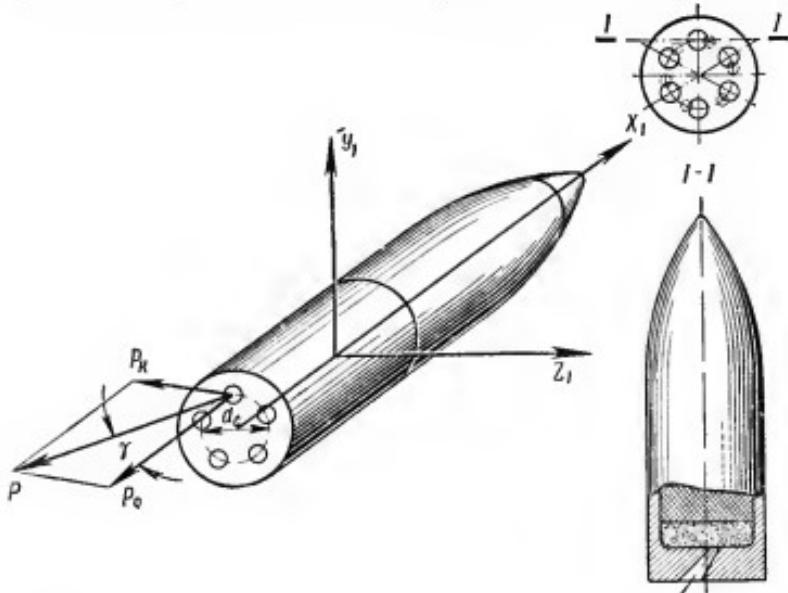


Рис. 103. Схема разложения на составляющие вектора силы тяги косорасположенного сопла турбореактивного снаряда

лярна и направлена по касательной к окружности, проходящей через центры выходных отверстий сопел. Сумма составляющих сил, действующих по оси снаряда, будет сообщать ему поступательное движение, а сумма всех сил P_k будет вращать снаряд вокруг его продольной оси.

Для составления уравнения, описывающего колебания продольной оси снаряда в соответствии с принятым основным допущением, будем считать, что поступательное движение центра массы снаряда не влияет на характер колебания около центра массы. Траекторию движения центра массы будем считать за пря-

линейную с постоянным углом наклона касательной к горизонту, т. е. $\Theta = \text{const}$. Не будем учитывать изменение положения центра массы в полете и моментов инерции.

Рассмотрим воздействие на снаряд основного возмущающего фактора продольного опрокидывающего аэродинамического момента. Совместим центр массы снаряда с началом прямоугольных координат, оси которых

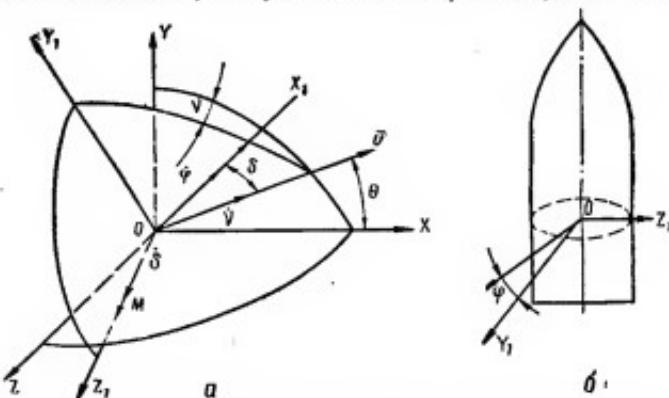


Рис. 104. Схема углов, определяющая положение вращающегося снаряда на траектории:
а — в земной системе координат; б — в связанной системе координат

параллельны стартовым (рис. 104). Допустим, что вектор скорости центра масс лежит в вертикальной плоскости YOX . Плоскость, проходящую через вектор скорости v и связанную ось снаряда X_1 , будем называть плоскостью сопротивления. Опрокидывающий аэродинамический момент M , действуя в плоскости сопротивления, будет отклонять ось ракеты от вектора скорости на угол атаки. По аналогии с вращающимся волчком угол атаки будет в то же время углом нутации и обычно обозначается буквой δ . Угол между вертикальной плоскостью YOX и плоскостью сопротивления называется углом прецессии и обозначается ν .

Таким образом, при принятых допущениях положение снаряда будет определяться тремя углами: δ , ν и углом ϕ , определяющим вращение снаряда вокруг его продольной оси. На рис. 104 показаны: вектор момента M и векторы угловых скоростей δ , ν и ϕ . Состав-

ленные при принятых допущениях уравнения вращательного движения снаряда интегрируются при $v = \text{const}$ и следующих начальных условиях: при $t=0$; $\dot{\delta}_0=0$; $\delta=\delta_0$ и $v=v_0$. В результате интегрирования можно получить формулы:

$$v = v_0 + at; \quad (6.28)$$

$$\dot{\delta} = \frac{\dot{\delta}_0}{\alpha \sqrt{\sigma}} \cdot \sin(\alpha \sqrt{\sigma} t). \quad (6.29)$$

В первой формуле a почти постоянная скорость прецессии:

$$a = \dot{v} = \frac{Cr_0}{A(1 + \cos \delta)} \approx \frac{Cr_0}{2A}, \quad (6.30)$$

где C — осевой момент инерции;

A — экваториальный момент инерции;

r_0 — начальная угловая скорость вращения снаряда относительно продольной оси.

Так как у устойчивых снарядов δ не превышает $\sim 10^\circ$, то без большой погрешности можно приравнять $1 + \cos \delta \approx 2$.

Угол нутации δ , кроме a и $\dot{\delta}_0$, зависит от важной характеристики $\sigma = 1 - \frac{\beta}{a^2}$. При $\sigma < 0$ угол δ будет расти непрерывно в процессе движения и, следовательно, снаряд будет неустойчивым. Формула (6.29) получена при условии, что $\sigma > 0$. В этом случае нутационные колебания представляются гармоническими с периодом

$$T = \frac{2\pi}{\alpha \sqrt{\sigma}}.$$

При действии воздушной среды колебания постепенно затухают. Следовательно, чтобы снаряд был устойчивым на начальном участке полета, надо, чтобы $\sigma > 0$.

Какими конструктивными мерами можно это обеспечить? Условие устойчивости, исходя из $\sigma > 0$, можно написать так:

$$\frac{\beta}{a^2} < 1. \quad (6.31)$$

Величины, от которых зависит β , определяются во многом размерами снаряда и его назначением:

$$\beta = f[d, v^2, A, C_m, H(y)].$$

Как уже было сказано, устойчивость снаряда обеспечивается за счет его вращения. Чтобы при заранее заданном β иметь неравенство (6.31), надо увеличивать a или в соответствии с формулой (6.30) увеличивать угловую скорость вращения r_0 . Уравнение вращательного движения снаряда относительно продольной оси напишем, пользуясь обозначениями рис. 103:

$$C \frac{dr_0}{dt} = P \cdot n \cdot \frac{d_c}{2} \cdot \sin \gamma, \quad (6.32)$$

где n — число сопловых отверстий.

Пользуясь формулой (1.13), заменим полную силу тяги P_n через $\frac{G_{\text{сек}}}{g} w_e$ и проинтегрируем. После интегрирования получим

$$C(r_0 - r_{0n}) = w_e \cdot \frac{d_c}{2g} (\omega - \omega_n) \sin \gamma,$$

где r_0 и r_{0n} — угловые скорости вращения снаряда относительно продольной оси соответственно в конце и начале рассматриваемого участка траектории;

ω и ω_n — расходы топлива реактивным двигателем к концу и началу рассматриваемого участка траектории. После преобразования получим

$$r_0 = r_{0n} + w_e \cdot \frac{d_c}{2gC} (\omega - \omega_n) \sin \gamma. \quad (6.33)$$

Пользуясь последней формулой и условием (6.31), можно решить, будет ли турбореактивный снаряд устойчив на начальном участке полета за время работы двигателя. Так как исследование проводилось при допущениях, справедливых для коротких прямолинейных траекторий, то надо проверять устойчивость, разбив весь активный участок траектории на ряд отдельных коротких участков. Длина участков должна быть такой, чтобы для начала каждого из них иметь $\delta_{0i}=0$, так как формула (6.29) получена исходя из этого условия. Для каждого из участков надо брать средние значения скорости v центра массы снаряда, углы Θ наклона траектории, моменты инерции C и A и другие величины. Конечно, предварительно должны быть рассчитаны характеристики движения центра массы снаряда на активном участке траектории. Если условие устойчиво

сти (6.31) не соблюдается, то конструктор должен увеличить угол наклона сопловых блоков γ к образующей днаметра d_e (рис. 104).

На пассивном участке полета кривизна траектории оказывается значительной и ее нельзя принимать за прямолинейную. В этом случае надо учитывать скорость понижения касательной к траектории $\dot{\Theta}$. На начальном прямолинейном участке полета нутационные колебания и прецессионное движение осуществляются относительно вектора скорости центра массы снаряда \bar{v} . На криволинейном участке полета эти движения совершаются относительно так называемой динамической оси равновесия, не совпадающей с вектором скорости \bar{v} .

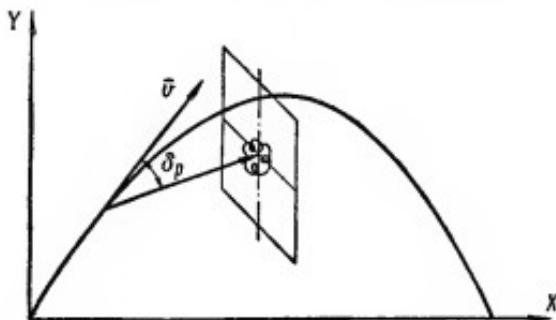


Рис. 105. Положение динамической оси равновесия вращающегося снаряда на криволинейном участке траектории

Если снаряд в направлении полета вращается слева вверх направо, то динамическая ось равновесия также будет отклонена вправо от вектора скорости (рис. 105). Угол, определяющий положение динамической оси равновесия, можно вычислить по формуле

$$\delta_p = \frac{2\alpha}{\beta} |\dot{\Theta}|.$$

Абсолютное значение скорости понижения касательной определяется из второго уравнения системы (5.48). Тогда

$$\delta_p = \frac{2\alpha}{\beta} \cdot \frac{g \cdot \cos \Theta}{v}. \quad (6.34)$$

При некотором значении угла δ_p продольная ось снаряда может расположиться под значительным углом к вектору скорости, достаточным для потери устойчивости. Поэтому угол δ_p выбирают за критерий устойчивости при движении вращающегося снаряда на криволинейном участке полета. Посмотрим, в каком месте траектории угол δ_p достигнет наибольшего значения.

Равенство (6.34) можно преобразовать:

$$\delta_p = \kappa \cdot \frac{\cos \Theta}{H(y) v^3}, \quad (6.35)$$

где κ — коэффициент пропорциональности.

Из равенства (6.35) видно, что угол δ_p достигает наибольшего значения в области, близкой к вершине траектории, так как там $\cos \Theta$ будет наибольшим, а произведение $H(y) v^3$ — наименьшим.

Так как заранее точка траектории, в которой угол δ_p достигнет максимума, неизвестна и найти ее можно только путем повторных многих расчетов, то обычно определяют δ_p в вершине траектории. Численное значение допустимой величины δ_p зависит от конкретных условий. Обратим внимание на противоречивость условий устойчивости на начальном участке траектории и в вершине. Для обеспечения неравенства (6.31) надо увеличивать α , т. е. в соответствии с формулой (6.30) увеличить угловую скорость вращения r_0 , а для уменьшения угла δ_p в соответствии с формулой (6.34) уменьшить α , а следовательно, и r_0 . Совместить эти два противоречивых требования удается для углов бросания до $\Theta_0 < 65^\circ$. Поэтому наземная артиллерия не стреляет вращающимися снарядами с углами возвышения более $\sim 65^\circ$. Исходя из условия правильной стабилизации, полная длина вращающихся снарядов не должна быть более 5—6 калибров.

Отметим еще одну особенность траекторий снарядов, стабилизирующихся вращением. Из-за угла δ_p продольная ось снаряда большую часть времени полета находится по одну из сторон вектора \vec{v} . В соответствии с рис. 105 при правом вращении ось снаряда в полете будет отклоняться вправо и траектория полета центра массы будет также искривляться вправо.

Это явление называется деривацией. Деривация снаряда в точке падения может быть определена и опытным путем, и расчетом.

Турбореактивные снаряды предназначаются для стрельбы на сравнительно небольшие дальности.

По сравнению с турбореактивными снарядами большими возможностями в отношении увеличения дальности стрельбы обладают оперенные ракеты, конструкция которых изображена на рис. 3. Например, на вооружении армии стран НАТО состоит ракета «Онест Джон» с пороховым реактивным двигателем. При общем весе 2,2 т, весе боевой части 680 кг и весе топлива 900 кг ракета имеет дальность стрельбы до 32 км.

Существенный недостаток неуправляемых оперенных ракет — большое рассеивание при стрельбе. Особенно велико рассеивание в боковом направлении. Основной причиной рассеивания является несовпадение линий действия силы тяги с центром массы и продольной осью ракеты. Кроме того, вследствие некоторой неточности изготовления ракеты по форме она не является идеально симметричной и суммарный вектор силы сопротивления воздуха также не проходит через ось ракеты. Симметричность ракеты и совпадение ее оси с осью сопла при изготовлении строго контролируются, однако небольшие отклонения все же имеются. Несимметричность действия силы тяги и аэродинамических сил дают дополнительные моменты, действующие у разных ракет в разных плоскостях, что и приводит к рассеиванию ракет при стрельбе. Для уменьшения влияния несимметричного действия силы тяги оперенным ракетам придают вращение с небольшой угловой скоростью — сообщают так называемое «проворачивание».

При этом несимметричное действие силы тяги на ракету меняет при полете свое направление и отклонение от направления стрельбы для каждой ракеты оказывается меньше. Меньше становится и рассеивание.

На проворачивание оперенных ракет как на средство уменьшения рассеивания впервые указал известный русский артиллерист генерал К. И. Константинов. В своей работе, изданной в 1856 г., он писал: «С самого начала введения ракет были произведены изыскания для увеличения верности полета ракет через сообщение им вращательного движения около их продольной оси». Далее указывались способы вращения. Приведем здесь один из них. На рис. 106 показан попеченный разрез по боковым каналам, просверленным

в стенах реактивной камеры. Пороховые газы, вытекая через каналы, за счет воздействия реактивной силы проворачивают ракету вокруг продольной оси.

Несмотря на проворачивание, рассеивание оперенных неуправляемых ракет все же оказывается большим

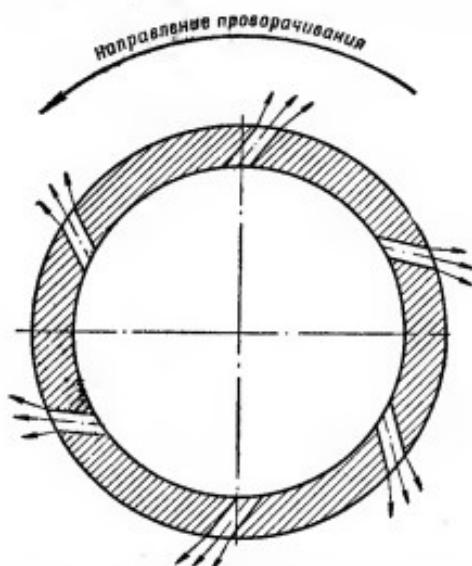


Рис. 106. Схема расположения боковых каналов реактивной камеры «поворачивающейся» ракеты

и стрельба такими ракетами, как правило, ведется не по одиночным целям, а по группе целей, расположенных на значительной площади.

§ 5. ОШИБКИ СТРЕЛЬБЫ, ПОПРАВОЧНЫЕ ФОРМУЛЫ И РАССЕИВАНИЕ РАКЕТ

Оценка точности стрельбы ракетами и снарядами ствольной артиллерии основывается на теории ошибок.

Ошибки стрельбы разделяют на постоянные (систематические) и случайные. Источник систематических ошибок действует на все выстрелы одинаково. Например, продольный попутный ветер увеличивает дальность стрельбы против расчетной, а встречный — уменьшает.

Влияют на параметры траектории и другие метеофакторы. Если учесть в расчетах влияние соответствующего фактора, систематические ошибки могут быть, если не исключены совсем, то в значительной степени уменьшены. Необходимо выявлять причины систематических ошибок и учитывать их при подготовке стрельбы.

Случайные ошибки являются следствием сочетания случайных изменений отдельных величин. Вся ракета, отдельные ее конструктивные узлы и детали изготавливаются с соответствующими допусками на размеры, вес и другие параметры. Изменения различных величин в пределах допуска и разнообразие во влиянии метеофакторов приводят к рассеиванию точек падения ракет.

Случайные ошибки появляются без определенного порядка, причины их появления известны иногда только качественно, а иногда и совсем неизвестны. Математическая статистика и теория вероятностей дают закономерности, позволяющие оценивать случайные ошибки и учитывать их влияние при расчете эффективности действия ракет по цели.

Особенные сложности встречаются при расчетах ошибок стрельбы управляемых ракет, у которых число факторов, влияющих на отклонение траектории полета от расчетной, особенно велико.

Рассмотрим влияние на параметры траектории постоянно действующих факторов. Эти факторы учитываются путем преобразования дифференциальных уравнений, описывающих полет. Например, в пятой главе составлены уравнения, описывающие движение ракеты. Эти уравнения различны для случаев учета кривизны Земли и ее вращения и без учета этих факторов. Если расчет параметров траектории проводится без учета кривизны Земли и ее вращения, то в общую ошибку стрельбы войдет ошибка, зависящая от методики расчета дальности. Сравнение результатов расчета по той или иной системе дифференциальных уравнений даст величину ошибки, зависящую от методики расчета. Требует составления новых дифференциальных уравнений учет переменности некоторых метеофакторов, например переменного по высоте и направлению ветра, и др.

Во многих случаях можно не составлять новых дифференциальных уравнений. С примером учета кривизны Земли без составления новых дифференциальных урав-

нений мы познакомились во второй главе. В тех случаях, когда изменение какой-либо величины незначительно сказывается на дальности, ее влияние можно учесть с помощью теории поправок.

В формуле (5.94) дана зависимость малого изменения дальности стрельбы от малых изменений величин, определяющих дальность. В теории поправок частные производные

$$\frac{\partial x}{\partial v_k} \approx \frac{\Delta x_v}{\Delta v_k}; \quad \frac{\partial x}{\partial \Theta_k} \approx \frac{\Delta x_\Theta}{\Delta \Theta_k}; \quad \frac{\partial x}{\partial x_k} \approx \frac{\Delta x_x}{\Delta x_k}; \quad \frac{\partial x}{\partial y_k} \approx \frac{\Delta x_y}{\Delta y_k}$$

и т. д. называются поправочными коэффициентами. При расчете поправок для ствольной артиллерии частные производные $\frac{\partial x}{\partial v_0}$, $\frac{\partial x}{\partial \Theta_0}$ и $\frac{\partial x}{\partial c}$ называются основными поправочными коэффициентами. Некоторые поправочные коэффициенты для других величин могут быть вычислены через основные поправочные коэффициенты. Особо распространен учет поправок на изменение метеофакторов. Основные баллистические расчеты проводятся для нормальных метеорологических условий. Запускаются ракеты в реальных метеорологических условиях, по тем или иным параметрам отличающихся от данных стандартной атмосферы. Влияние этих отклонений на дальность учитывается с помощью теории поправок. Если есть заранее вычисленные поправочные коэффициенты, то вычислить поправки в дальности не сложно.

Пусть для заданных условий пуска поправочный коэффициент для температуры воздуха составляет $\frac{\partial x}{\partial t} = -34,3$. Это значит, что при изменении температуры воздуха на 1° дальность стрельбы изменится на 34,3 м. Допустим, что в момент пуска температура уменьшается против расчетной на $\delta t_0 = 15^\circ$. Тогда поправка в дальности на изменение температуры будет

$$\delta x_t = \frac{\partial x}{\partial t_0} \cdot \delta t_0 = -34,3 \cdot 15 = -514 \text{ м.}$$

Подобным образом отдельно вычисляются поправки на каждый из изменяемых элементов. Полная поправка в дальности вычисляется, как сумма отдельных поправок, каждая из которых берется со своим знаком. Учет поправок проводится при подготовке исходных данных

для стрельбы и при обработке результатов испытаний, когда полученные опытные дальности приводятся к нормальным начальным условиям. Данные по поправкам помещаются в таблицы стрельбы, прикладываемые к ракетному комплексу или артиллерийской системе. Чтобы можно было определить отклонение метеофакторов от нормальных, необходимо провести зондирование атмосферы перед стрельбой с определением действительных значений метеоэлементов. Указанный выше метод учета поправок позволяет рассчитать их, если изменение метеоэлементов постоянно по всей траектории. Поэтому переменные по высоте изменения метеорологических элементов заменяют некоторыми средними значениями. Эти значения получили название баллистических средних. Так, среднее баллистическое изменение температуры есть особым образом подсчитанное среднее отклонение температуры от нормального закона, который приводится во второй главе.

Известно также понятие «средний баллистический ветер». Вычисление поправочных коэффициентов и баллистических средних — сложная задача. Особенные сложности встречаются при расчете траекторий, состоящих из отдельных участков, рассчитываемых по-разному. Во второй главе описано влияние бокового ветра на реактивный снаряд на активном и пассивном участках траектории. Расчет поправок на ветер также сложная и трудоемкая задача. Сами поправки вычисляются с некоторыми ошибками, которые должны войти в общую ошибку стрельбы.

Судить о точности стрельбы по данным какого-либо одного выстрела было бы неправильно, так как сам этот результат случаен. Для оценки точности стрельбы используется срединная, или вероятная, ошибка. В теории вероятностей доказывается, что вероятность получения ошибки в пределах $\pm \Delta$ выражается формулой

$$p = \frac{h}{V\pi} \int_{-\Delta}^{+\Delta} e^{-\frac{h^2 \Delta^2}{2}} d\Delta, \quad (6.36)$$

определяющей площадь под кривой Гаусса (рис. 107):

$$y = \frac{h}{V\pi} e^{-\frac{h^2 \Delta^2}{2}}, \quad (6.37)$$

где e — основание неперовых логарифмов;

h — постоянная величина, называемая мерой точности.

Зависимость $y(\Delta)$ называется плотностью вероятности или законом распределения непрерывной случайной величины. Кривая Гаусса называется нормальным законом распределения. Вероятностью какого-либо события называется отношение возможного числа случаев,

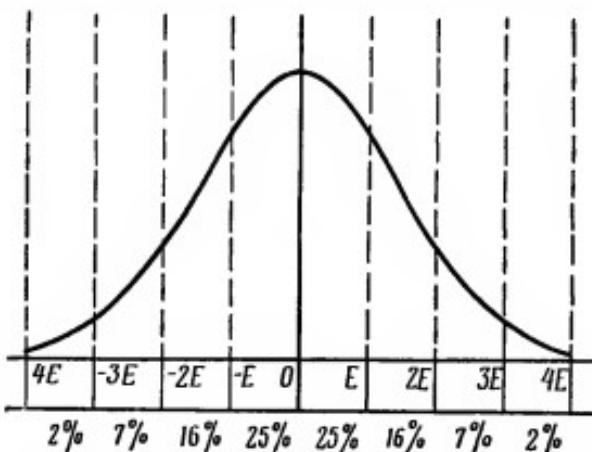


Рис. 107. Нормальный закон распределения ошибок

благоприятствующих данному событию, к числу всех возможных результатов испытаний. Очевидно, вероятность может меняться от 0 до 1. Если вероятность того, что при данном измерении ошибка не будет выходить за пределы $\pm E$, равна $1/2$, то этот предел называется срединной или вероятной ошибкой. Математически это можно написать так:

$$\frac{h}{V\pi} \int_{-E}^{+E} e^{-\frac{\Delta^2}{h^2}} d\Delta = \frac{1}{2}, \quad (6.38)$$

где E — срединная ошибка.

Согласно кривой Гаусса вероятность получения ошибки в некоторых пределах, выраженных в вероятных ошибках, независимо от измеряемой величины зависит

только от числа срединных ошибок, укладывающихся на выбранном интервале.

На рис. 107 показано приближенное распределение значений вероятностей получения ошибки в пределах $\pm 4E$. Проценты соответствуют части площади под кривой Гаусса, лежащей в пределах, выраженных в E . По более точным расчетам пределы $\pm 4E$ охватывают 99,3% всей площади под кривой, если интегрировать в пределах $\pm \infty$. Это значит, что при большом числе испытаний в пределы $\pm 4E$ уложится 99,3% всех измерений. Само значение вероятной ошибки при конечном числе испытаний определяется по формуле

$$E = 0,6745 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta_i^2}{n-1}}, \quad (6.39)$$

где Δ_i — отклонение результата измерения от средней арифметической величины, а n — число измерений.

Мерой рассеивания точек падения ракет и снарядов принято считать срединные или вероятные отклонения, определяемые по формуле (6.39). Рассеивание по дальности определяется вероятным отклонением по дальности B_d . При стрельбе по вертикальной поверхности (щиту) определяется вероятное отклонение в вертикальном направлении B_v . При стрельбе по местности и по щиту боковое рассеивание характеризуется вероятным отклонением в боковом направлении B_b .

Названные вероятные отклонения рассчитываются по формуле (6.39). При стрельбе измеряются каким-либо способом отклонения точек попадания отдельных ракет (снарядов) от выбранного начала отсчета. В направлении стрельбы эти отклонения обозначим x_i , а в боковом направлении — z_i . Координаты центра группирования точек попадания получаются как средние арифметические значения:

$$x_0 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad \text{и} \quad z_0 = \frac{\sum_{i=1}^n z_i}{n}.$$

Обозначая отклонения от средних арифметических значений через

$$\Delta x_i = x_i - x_0 \quad \text{и} \quad \Delta z_i = z_i - z_0,$$

по формуле (6.39) получим

$$B_d = 0,6745 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}{n-1}};$$

$$B_b = 0,6745 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta z_i^2}{n-1}}.$$

При большом числе испытаний точки падения ракет расположатся на площади внутри эллипса, называемого эллипсом рассеивания с полуосами $4B_d$ и $4B_b$. При отсутствии аномальных выстрелов, связанных с неисправностями материальной части, в пределах эллипса рассеивания должно уложиться 99,3% всех точек попадания. Если отнести вероятные отклонения к дальности стрельбы, то получим характеристики кучности боя: $\frac{B_d}{X}$ и $\frac{B_b}{X}$.

Характеристики рассеивания B_d , B_b и B_v являются суммарными, они зависят от рассеивания отдельных определяющих их факторов.

Если известны вероятностные характеристики рассеивания отдельных определяющих факторов, то ожидаемые характеристики B_d , B_b и B_v могут быть рассчитаны заранее. Для таких расчетов пользуются известной из теории вероятностей формулой сложения срединных ошибок:

$$\epsilon = \sqrt{\sum_1^m E_i^2},$$

где E_i — срединная ошибка, определяемая независимым действием только одной причины.

Рассмотрим более простой случай рассеивания снарядов ствольной артиллерии. Рассеивание снарядов происходит вследствие изменения от выстрела к выстрелу v_0 , Θ_0 , C . Влияние рассеивания метеофакторов для одной кратковременной стрельбы можно не учитывать. Как правило, причины, вызывающие изменение v_0 , Θ_0 и C , действуют независимо одна от другой. Обозначим срединные отклонения: v_0 через r_v , Θ_0 через r_θ и C через r_c .

Величины, отвечающие изменению дальности в случае действия только одной причины:

$$\delta X_v = \frac{\partial X}{\partial v_0} \cdot r_v; \quad \delta X_\theta = \frac{\partial X}{\partial \Theta_0} \cdot r_\theta; \quad \delta X_c = \frac{\partial X}{\partial C} \cdot r_c$$

где $\frac{\partial X}{\partial v_0}$, $\frac{\partial X}{\partial \Theta_0}$, $\frac{\partial X}{\partial C}$ уже известные нам поправочные коэффициенты.

Так как каждая из причин действует независимо одна от другой, то расчетное вероятное отклонение по дальности определяется по формуле

$$B_d = \sqrt{\left(\frac{\partial X}{\partial v_0} \cdot r_v\right)^2 + \left(\frac{\partial X}{\partial \Theta_0} \cdot r_\theta\right)^2 + \left(\frac{\partial X}{\partial C} \cdot r_c\right)^2}. \quad (6.40)$$

Возможен и обратный путь вычисления характеристик рассеивания одной из определяющих величин по данным полного рассеивания. Например, если стрелять из ствольной системы при угле возвышения, близком к углу наибольшей дальности, и определить опытное B_d , то зная, что при углах, близких к углу наибольшей дальности, $\frac{\partial X}{\partial \Theta_0} \approx 0$, можно из формулы (6.40) найти величину

$$r_c = \frac{\partial C}{\partial X} \sqrt{B_d^2 - \left(\frac{\partial X}{\partial v_0} \cdot r_v\right)^2}.$$

Величина r_v определяется очень просто по результатам баллистических стрельб с использованием формулы

$$r_v = 0,6745 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta v_i)^2}{n-1}}, \quad (6.41)$$

где Δv_i — отклонение начальной скорости на отдельных выстрелах v_i от средней арифметической скорости в группе

$$v_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n v_i}{n};$$

$$\Delta v_i = v_{cp} - v_i.$$

Значительно сложнее вычислить ожидаемые характеристики рассеивания неуправляемых ракет, у которых

число факторов, влияющих на рассеивание, значительно больше. Надо, например, знать составляющую рассеивания, зависящую от рассеивания единичного импульса топлива

$$\delta X_J = \frac{\partial X}{\partial J} \cdot r_J,$$

от рассеивания веса заряда

$$\delta X_w = \frac{\partial X}{\partial w} \cdot r_w$$

и от неточности определения метеофакторов, особенно ветра.

Еще сложнее решается вопрос расчета ожидаемого рассеивания управляемых ракет, который должен решаться вместе с оценкой точности работы системы управления. Дело усложняется еще и тем, что каждый вид ракеты имеет свои, типичные для данного метода управления ошибки.

Как было сказано в главе пятой, управление ракетами класса «земля — земля» по скорости осуществляет линейный управляющий функционал $\mu_v v_k$. В то же время для более точного управления требуется четырехчленный управляющий функционал в соответствии с левой частью равенства (5.96). Замена четырехчленного функционала на одночленный дает ошибку, называемую ошибкой метода управления или методической ошибкой. В рассмотренном случае эта ошибка будет

$$\delta X_m = \mu_e \Theta_k + \mu_x x_k + \mu_y y_k.$$

Определение частных производных $\frac{\partial X}{\partial v_k}$, $\frac{\partial X}{\partial \Theta_k}$ и др. по линейным приращениям $\frac{\Delta X_v}{\Delta v_k}$, $\frac{\Delta X_\Theta}{\Delta \Theta_k}$ и др. также дает некоторую ошибку, называемую ошибкой линеаризации. Приборы, замеряющие скорость ракеты, тоже дают некоторую ошибку, называемую приборной. Обе эти ошибки также могут называться методическими, так как зависят от метода управления ракетой. Можно было бы назвать и другие источники ошибок.

У ракет, предназначенных для борьбы с быстров движущимися целями, основными считаются ошибки, зависящие от маневренных качеств самой ракеты, и прибор-

ные ошибки, зависящие от системы управления. Большую ошибку в наведении на цель может внести инерционность комплекса управления.

Рассмотрим ошибку, зависящую от маневренных качеств ракеты. Маневренность можно определять или минимально возможным радиусом кривизны траектории движения центра массы, или максимально возможным поперечным ускорением $a_{\text{пр}}$, от которого зависят нормальные перегрузки. Для примера получим формулу, определяющую возможную ошибку при наведении ракеты на цель по способу погонной кривой, описанному в пятой главе. Из формулы (5.39) получим, что расстояние между ракетой и целью (рис. 77)

$$r = \frac{v_p v_u \cdot \sin \beta}{a_{\text{пр}}}.$$

Определим минимальное значение r для случая $p < 1$. Напомним, что p — отношение скорости ракеты v_p к скорости цели v_u . При промахе функция $r(t)$ должна иметь минимум, а производная $\frac{dr}{dt}$ равняться нулю. Исходя из формулы (5.37), $\frac{dr}{dt} = 0$, если $\cos \beta = p$. Так как $\sin \beta = \sqrt{1 - p^2}$, то минимальное расстояние между ракетой и целью при промахе (ошибка выстрела) определится формулой

$$r_{\min} = \frac{v_p v_u \sqrt{1 - p^2}}{a_{\text{пр}}}. \quad (6.42)$$

При высокоскоростных целях в рассматриваемом случае промах будет очень большим. Для случая стрельбы по относительно тихоходным целям (морским или наземным) величина промаха может быть незначительной.

Подобным образом можно вывести формулы, определяющие ошибку, зависящую от маневренных качеств ракеты, и для других способов наведения на цель.

Минимальный радиус кривизны, часто используемый при построениях траекторий маневра ракеты и опреде-

лении зон поражения, может быть определен по известной формуле кинематики

$$\rho = \frac{v_p^2}{\sigma_{np}}.$$

Следует иметь в виду, что поражение цели определяется не только точностью наведения. Расчет эффективности стрельбы должен проводиться с учетом всех действующих факторов, в том числе и факторов, зависящих от конструкции и работы боевой части ракеты. Это большая проблема, выходящая за рамки настоящей книги.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Безграничны перспективы развития ракетной техники. Непрерывно, быстрыми темпами совершенствуются конструкции ракет и систем управления их полетом. Недалеко то время, когда ракеты будут снабжены ядерными и ядерноэлектрическими двигателями, которые несомненно расширят возможности практического их применения.

В тесной связи с аэrodинамикой, электроникой, теорией автоматического регулирования, материаловедением и многими другими науками развивается и теория полета ракет. Требование облегчения конструкции и повышения точности и надежности систем управления полетом заставляет более точно рассчитывать элементы траектории ракеты и параметры ее колебательного движения вокруг центра массы. Это вынуждает отказаться от ряда упрощающих допущений, требует привлечения более строгого и точного математического аппарата для исследования уравнений, заставляет искать новые эффективные пути решения задачи теории полета.

Для последних лет характерна комплексность решения задач теории полета. В расчетах траектории уже трудно отказаться от учета работы системы управления и стабилизации. При исследовании вхождения в плотные слои атмосферы головных частей ракет дальнего действия необходимо совместно решать уравнения движения, теплопередачи и уноса массы защитных покрытий и т. п.

Сложность теории полета ракет, ее быстрое развитие требуют от лиц, работающих в этом направлении, высо-

кой подготовки в области математики, теоретической механики, аэродинамики, электроники и многих других наук.

Авторы надеются, что их труд поможет глубже разобраться в сущности явлений, сопровождающих полет ракет различного назначения, и побудит к более глубокому и всестороннему изучению теории полета ракет — науки, без которой невозможен дальнейший прогресс ракетостроения и укрепление обороноспособности нашей страны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Майевский Н. В. Курс внешней баллистики. С-П, 1870.
2. Забудский Н. А. Внешняя баллистика. С-П, 1895.
3. Циолковский К. Э. Труды по ракетной технике. Оборонгиз, 1947.
4. Мещерский И. В. Работы по механике тел переменной массы. Гостехиздат, 1952.
5. Цандер Ф. А. Проблемы полета при помощи ракетных аппаратов. Оборонгиз, 1947.
6. Чернышев М. Г. Роль русской научно-технической мысли в разработке основ реактивного летания. Изд. МВТУ им. Баумана, 1949.
7. Булинский В. А. Динамика маневрирования самолета-истребителя в воздушном бою. Воениздат, 1957.
8. Космодемьянский А. А. Лекции по механике тел переменной массы. Ученые записки МГУ им. Ломоносова. Механика. Вып. 154, 1951.
9. Охочимский Д. Е. К теории движения ракет. Прикладная математика. Механика. Т. X. Вып. 2, 1946.
10. Охочимский Д. Е., Энеев Т. М. Некоторые вариационные задачи, связанные с запуском искусственного спутника Земли. Успехи физических наук. Т. 63. Вып. 1а, 1957.
11. Аржаников Н. С., Мальцев В. Н. Аэrodинамика. Оборонгиз, 1956.
12. Мельников А. П. Аэrodинамика больших скоростей. Воениздат, 1961.
13. Краснов Н. Ф. Аэrodинамика тел вращения. Оборонгиз, 1958.
14. Кибардин Ю. А. и др. Атлас газодинамических функций при больших скоростях и высоких температурах воздушного потока. Госэнергоиздат, 1961.
15. Чушкин П. И., Шулишина Н. П. Таблицы сверхзвук-

- кового течения около затупленных конусов. Вычислительный центр АН СССР, 1961.
16. Дракин И. И. Аэродинамический и лучистый нагрев в полете. Оборонгиз, 1961.
 17. Сахаров Г. И. и др. Нагрев тел при движении с большими сверхзвуковыми скоростями. Оборонгиз, 1961.
 18. Мартынов А. К. Экспериментальная аэrodинамика. Оборонгиз, 1958.
 19. Ветчинкин В. П. Динамика самолета. Госмашметиздат, 1933.
 20. Пышнов В. С. Динамическая устойчивость самолета. Оборонгиз, 1951.
 21. Остославский И. В. Аэродинамика самолета. Оборонгиз, 1957.
 22. Лебедев А. А., Стражева И. В., Сахаров Г. И. Аэромеханика самолета. Оборонгиз, 1955.
 23. Ведров В. С., Тайц М. А. Летные испытания самолетов. Оборонгиз, 1951.
 24. Боднер В. А., Козлов М. С. Стабилизация летательных аппаратов и автопилоты. Оборонгиз, 1961.
 25. Лойцинский Л. Г., Лурье А. И. Курс теоретической механики. Гостехиздат, 1948.
 26. Феодосьев В. И., Синярев Г. Б. Введение в ракетную технику. Оборонгиз, 1960.
 27. Исследование оптимальных режимов движения ракет. Сборник переводов иностранных статей под редакцией Садовского И. Н. Оборонгиз, 1959.
 28. Шапиро Я. М. Внешняя баллистика. Оборонгиз, 1946.
 29. Гантмахер Ф. Р., Левин Л. М. Теория полета неуправляемых ракет. Физматгиз, 1959.
 30. Острославский И. В., Стражева И. В. Динамика полета. Оборонгиз, 1963.
 31. Погорелов Д. А. Теория кеплеровых движений летательных аппаратов. Физматгиз, 1961.
 32. Россер Д., Ньютон Р., Гросс Г. Математическая теория полета неуправляемых ракет. Изд. иностр. литературы, 1950.
 33. Коой И., Ютенбогарт И. Динамика ракет. Оборонгиз, 1950.
 34. Локк А. С. Управление снарядами. Физматгиз, 1958.
 35. Баррер М. и др. Движение ракет. Изд. иностр. литературы, 1959.
 36. Дэвис Л. и др. Внешняя баллистика ракет. Воениздат, 1961.
 37. Шлихтиг Г. Возникновение турбулентности. Изд. иностр. литературы, 1962.

38. Проблемы движения головной части ракет дальнего действия. Сборник статей. Изд. иностр. литературы, 1959.
 39. Вернишев Ю. Х. Управление ракетами. Воениздат, 1961.
 40. Штернфельд А. А. Искусственные спутники. Техеориздат, 1958.
 41. Александров С. Г., Федоров Р. Е. Советские спутники и космические корабли. Изд. АН СССР, 1961.
 42. Гуткин Л. С. Принципы радиоуправления беспилотными объектами. Изд. Советское радио, 1959.
 43. Лебедев А. А., Чернобровкин Л. С. Динамика полета беспилотных летательных аппаратов. Оборонгиз, 1962.
 44. Этерман И. И. Математические машины непрерывного действия. Гос. изд. научно-технической и машиностроительной литературы, 1957.
 45. Биркган А. Ю., Воскресенский Г. П. Программирование для цифровой вычислительной машины «Урал-2». Изд. Советское радио, 1962.
 46. Дмитриевский А. А., Кошевой В. Н. Физические основы полета ракет. Воениздат, 1962.
 47. Шапиро И. И. Расчет траекторий баллистических снарядов по данным радиолокационных наблюдений. Изд. иностр. литературы, 1961.
 48. Aerospace Engineering, № 5, v 21, May, 1962.
-

ОГЛАВЛЕНИЕ

	<i>Стр.</i>
Введение	3
Г л а в а I. Общая характеристика основных сил и моментов, действующих на ракету в полете	17
§ 1. Система координат и углов, определяющих положение ракеты в пространстве	—
§ 2. Уравнение движения ракеты (в общем виде). Сила тяги	22
Г л а в а II. Влияние поля тяготения Земли и ее атмосферы на полет ракет	33
§ 1. Ускорение силы земного притяжения	—
§ 2. Влияние вращения Земли на полет ракет	35
§ 3. Земная атмосфера и ее свойства	45
§ 4. Осреднение метеофакторов и стандартные атмосферы	51
§ 5. Влияние изменения метеофакторов на полет ракет	59
Г л а в а III. Влияние силы сопротивления воздуха на полет ракет	64
§ 1. Аэродинамические силы и моменты, действующие на ракету в полете, и их коэффициенты	—
§ 2. Теоретические основы определения аэродинамических сил и моментов	80
§ 3. Основные законы аэrodинамики и их применение в теории полета ракет	86
	309

§ 4. Теоретическое определение аэродинамических коэффициентов	105
§ 5. Опытие определение аэродинамических коэффициентов	119
§ 6. Типовые функции силы сопротивления воздуха	130
§ 7. Особенности аэродинамики полета ракет в высоких слоях атмосферы и с гиперзвуковыми скоростями	134
Г л а в а IV. Аэродинамические компоновки ракет различного назначения	141
§ 1. Компоновочные схемы ракет	—
§ 2. Органы управления полетом ракеты и управляющие силы	149
§ 3. Аэродинамическая интерференция	158
§ 4. Понятия о наивыгоднейшей форме и оценка схем ракет различного назначения	165
Г л а в а V. Теория полета ракет различного назначения	174
§ 1. Полет ракет дальнего действия класса «земля — земля»	—
§ 2. Управляемый полет по программе	181
§ 3. Управляемый полет ракет, предназначенных для борьбы с быстро перемещающимися целями	188
§ 4. Неуправляемый полет	214
§ 5. Аналитические решения уравнений полета	217
§ 6. Численные методы решения уравнений полета и применение электронных вычислительных машин	233
§ 7. Понятие об оптимальных решениях теории полета	245
§ 8. Способы изменения дальности стрельбы ракетами	252
§ 9. Расчет траекторий баллистических ракет по данным радиолокационных измерений	257
Г л а в а VI. Стабилизация ракет на полете и ошибки стрельбы	262
§ 1. Понятие об устойчивости полета	263
§ 2. Использование электронных моделирующих машин для решения задач теории полета	269
§ 3. Стабилизация управляемых ракет	282

§ 4. Условия устойчивого полета турбореактивных сиа- рядов	284
§ 5. Ошибки стрельбы, поправочные формулы и рас- севивание ракет	292
Заключение	303
Литература	305

*Андрей Александрович Дмитриевский,
Всеволод Николаевич Кошевой
Основы теории полета ракет
М., Воениздат, 1964 г. 312с.*

*Редактор Киселев С. П.
Технический редактор Соломоник Р. Л.
Корректор Киселева З. П.*

Сдано в набор 8.1.64 г.
Подписано к печати 27.7.64
Формат бумаги 84×108¹/₃₂
9³/₄ печ. л. = 15,99 усл. печ. л. =
= 15,644 уч.-изд. л.
Тираж 11000. ТП № 156—64 г.
Г-12354.
Изд. № 6/5006 Зак. № 1014

2-я типография Военного издательства
Министерства обороны СССР
Ленинград, Д-65,
Дворцовая пл., 10
Цена 65 коп.





67

Цена 65 коп.

THE
LAW
OF
NATURE
AND
GRATUITOUS
ACTION

BY
JOHN
STUART
MILTON

WITH
A HISTORY
OF THE
DISCUSSION
OF THE
PRINCIPLE
IN
THE
PAST
AND
PRESENT
AGE

BY
JOHN
STUART
MILTON